انتقال جرم

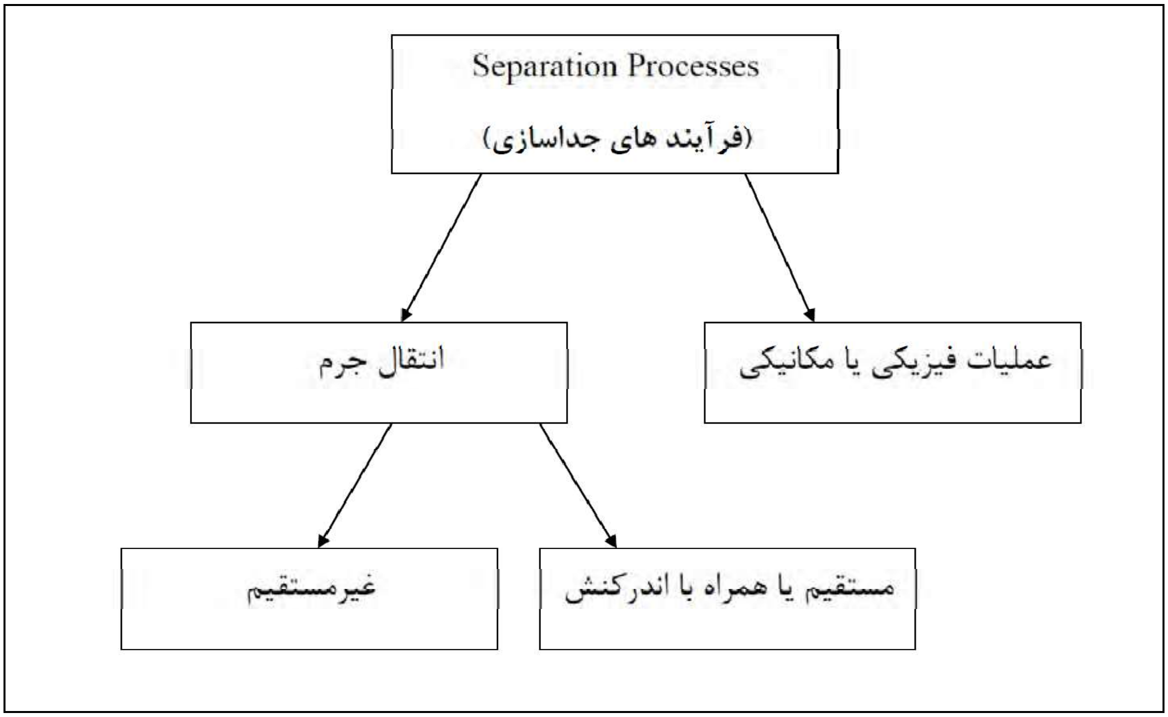
Mass Transfer

بغیر از کتاب Treybal ، کتب زیر را بعنوان مراجع می توانید استفاده کنید:

1- Momentum, Heat and Mass transfer (By: Bennett & Meyers)
2- Mass Transfer (By: Sherwood and Pigford)
3- Separation Processes (By: J. King)
4- Unit operations (By: Mccabe & Smith)
5- Designing of Equilibrium Stage Processes (By: B. Smith)
6- Mass Transfer Fundamentals & Applications (By. A. L. Hines & R. N. Maddo)

همانطور که درجلسه گذشته مطرح شد، هدف از این درس فراگیری فرایندهای جداسازی می‌باشد (یا Separation Processes) برای محلول‌ها در اشلهای صنعتی و نهایتاً انتقال جرم یک زیرمجموعه یا شاخه‌ای از فرایندهای جداسازی محسوب می‌شود.

بطور کلی شماتیک زیر را می‌توان رسم کرد:



باید گفت که انتقال جرم یکی از پدیده هایی می باشد که در اثر اختلاف غلظت یا به عبارت صحیح تر بر اثر اختلاف پتانسیل شیمیایی یک جزء یا ماده در یک فاز، جرم منتقل می شود تا اینکه در یک مقطع زمانی ماده در یک حجم ثابت (Constant Volume) بصورت یکدست (یکنواخت) یا Uniform در می آید.

بخاطر آورید که ما Uniform vs. Constant را داریم.

$$Uniform \Leftrightarrow Steady\ State\ \frac{dC_J}{dt}=0$$ ثابت بر حسب زمان

$$Constant \Leftrightarrow Equilibrium\ \frac{dC_J}{dt}=0, \quad \nabla C_J=0$$ ثابت بر حسب زمان و مکان

- اجزاء DS ، NDS و DM تعریف شود و مثال آورده شود.
- تفاوت انتقال جرم فیزیکی و شیمیایی نیز مطرح شود.

توجه: محیط اثر بسیار مهمی درعمل انتقال جرم دارد. مثلاً در داخل کلاس، هوا ساکن است و حرکتی ندارد، بنابراین، عمل انتقال جرم با حالتی که محیط به صورت مغتشش (Turbulent) در حضور یک پنکه باشد تفاوت دارد چرا که در حالت دوم انتقال جرم سریعتر صورت می‌گیرد. مثال دیگری را در نظر بگیریم: اگر در جایی شکر بریزیم در اثر نفوذ ملکولی (Molecular Diffusion) یعنی برخورد ملکول‌ها ذرات شکر انتقال پیدا می‌کنند در صورتی که وقتی که با قاشق چایی را هم بزنیم و محیط را مغتشش یا Turbulent نماییم عمل انتقال سریعتر انجام خواهد شد.

بنابراین در عمل استخراج صنعتی اگر عمل اغتشاش نداشته باشیم، عمل جداسازی مدت زمان طولانی احتیاج خواهد داشت و مقرون به صرفه نخواهد بود.

[Forced vs. Free convection یا همرفت با اعمال نیروی خارجی یا همرفت اجباری بر خلاف همرفت آزاد]

توجه: نکته دیگر قابل توجه آن است که در اعمالی چون تقطیر، تبخیر وخشک کردن انتقال حرارت و جرم توأماً وجود خواهند داشت.
بنابراین، انتقال جرم در هر دو صورت ساده و توأم با اندرکنش با عملیات جداسازی مکانیکی تفاوت دارد (بعلت مسئله نفوذ) و نهایتاً ما در این درس ریاضیات و محاسبات مربوط به طراحی این عملیات در راستای بحث انتقال جرم را فرا خواهیم گرفت.

به چند مثل دیگر توجه کنیم، (جذب vs دفع تعریف شود)

[مثل مربوط به انتقال جرم]

۱) جداسازی استن (Acetone) از آب از طریق های

a) از فاز مایع به بخار (تبخیر)

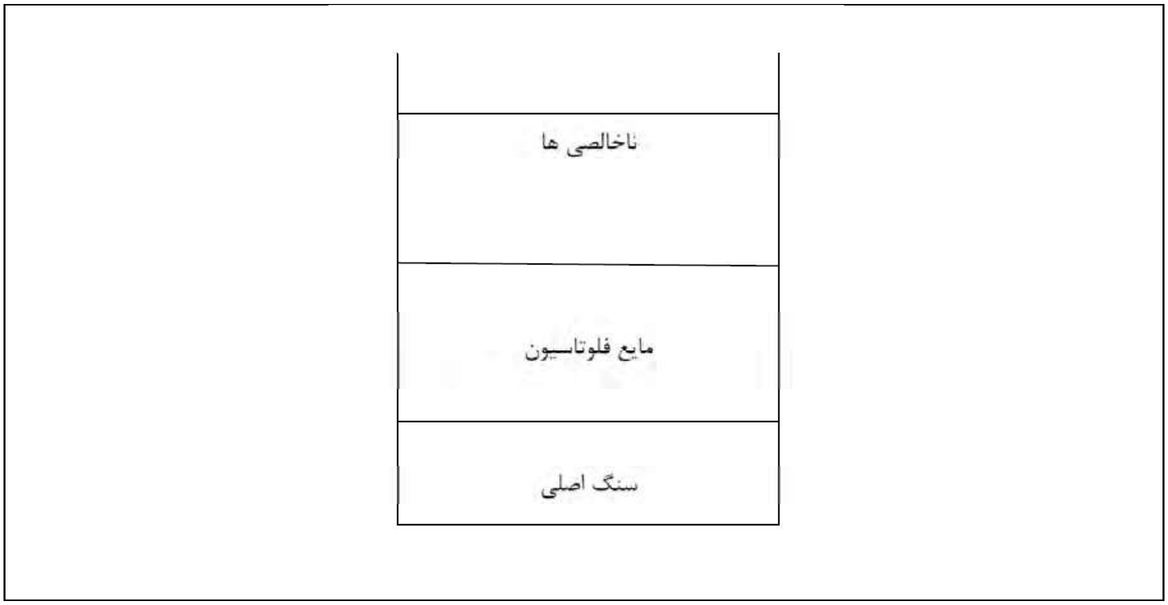
b) با استفاده از حلال بنزن که در این حالت از فاز مایع به مایع انتقال جرم صورت می‌گیرد.

[مثل مربوط به انتقال جرم و عمل مکانیکی]

۲) پروسه روغن‌کشی در صنایع غذایی: در اینجا اول دانه را خرد می‌کنند و کمی آنرا گرم می‌کنند که ویسکوزیته (μ) آن کاهش یابد. سپس آنرا Compress (فشرده) می‌کنند تا مقدار قابل ملاحظه ای از روغن داخل دانه خارج شود. تا به اینجا فقط از تحت فشار دادن دانه استفاده کرده‌ایم. پس انتقال جرم مکانیکی است. در مرحله‌ی بعدی روغن باقیمانده (را در دانه) توسط حلال Hexane جدا می‌کنند که این عمل یک انتقال جرم بین دو فاز حساب می‌شود.

۳) عمل فیلتراسیون یک عمل فیزیکی محسوب می‌شود که نهایتاً اساس کار اختلاف فشار بالا و پایین فیلتر می‌باشد. برای مثال جداسازی ذرات معلق کربنات کلسیم در آب.

۴) عمل (فلوتاسیون) (Flotation) یا شناور سازی نیز یک عمل مکانیکی است که در رشته معدن کاربرد فراوان داد. نهایتاً از یک مایع فلوتاسیون که دارای یک چگالی حد وسط بین دانسیته سنگ اصلی و ناخالصی‌ها می‌باشد استفاده می‌کنند. این عمل هزینه ناچیزی را در بر می‌گیرد.



حالا به تقسیم‌بندی انتقال جرم می‌پردازیم. گفته شد که:

۱) انتقال جرم ساده (یعنی پایا بدون اندرکنش) شامل انتقال جرم مکانیکی مانند مورد روغن‌کشی درمقطع اولیه.

۲) انتقال جرم توأم با اندرکنش از نقطه ای به نقطه دیگر

توام با پدیده‌های دیگر بدون جرم ثالث:

۱) انتقال جرم مستقیم (یا Direct): که از جرم اضافی (ازدیاد جرم) برای جداسازی استفاده نمی‌کنیم. برای مثال، پروسه تقطیری که درآزمایشگاه انجام می‌شود موادی را در داخل بالن ریخته و در اثر اختلاف نقطه

جوش سازنده‌ها فقط با حرارت دادن از هم جدا می‌کنیم. عمل تبخیر نیز جزء این طبقه‌بندی محسوب می‌شود. **[توام با پدیده‌های دیگر بدون جرم ثالث]**

۲) انتقال جرم غیرمستقیم (یا Indirect) که دراینجا عمل جداسازی با افزودن جرم ثالثی به سیستم صورت می‌گیرد. عمل استخراج با حلال از این گروه می‌باشد برای مثال:

Direct ⟷ تقطیر

آب+ استن (سیستمی که باید جدا شود)

Indirect ⟷ استخراج با حلال بنزن یا Benzene

توجه: از لحاظ اقتصادی ما ترجیح می‌دهیم که عمل انتقال جرم بصورت مستقیم صورت گیرد زیرا هزینه بازیابی حلال و یا مصرف حلال وجود نخواهد داشت. البته در بعضی شرایط ما نمی‌توانیم از روش های مستقیم استفاده بکنیم. برای مثال موقعی که جسمی در اثر تقطیر تجزیه شود و یا اختلاف نقطه جوش اجزاء کم باشد، ما نمی‌توانیم از روش‌های مستقیم استفاده کنیم.

- از طرف دیگر عملیات انتقال جرم بر اساس نوع فازها تقسیم‌بندی می‌شوند:

۱- بخار یا گاز (هرچند که از لحاظ ترمودینامیکی و کینتیکی این دو متفاوتند) (بخار دارای حرارت و نتیجتاً انرژی بالاتری می باشد).

۲- مایع

۳- جامد

بنابراین به مقدار ۳ (سه فاکتوریال) یا ۶ حالت ترکیب دوتایی فازها به صورت زیر می‌باشند:

۱- گاز – گاز　　۲- گاز – مایع (جذب یا دفع)　　۳- گاز – جامد (جذب یا دفع)

۴- مایع – مایع　　۵- مایع – جامد (Leaching)　　۶ - جامد – جامد

که ما حالات ۱ و ۶ را بررسی نخواهیم کرد.

برای حالت گاز – مایع: تبخیر، تقطیر و جذب گازها را می‌توان نام برد.

توجه:درتبخیر نقاط جوش اجزاء مختلف بسیار متفاوتند در صورتی که در تقطیر این نقاط به هم نزدیکترند. برای مثال در یک ترکیب ٪۴ سودسوز آور در آب عمل تبخیر مناسب (یعنی فقط آب در فاز بخار خارج خواهد شد) در صورتی که در عمل تقطیر اختلاف نقاط جوش این مواد زیاد نخواهد بود.

برای حالت گاز – جامد : خشک کردن و جذب سطحی را می‌توان نام برد.

برای حالت مایع – مایع : استخراج با استفاده از حلال را باید نام برد.

برای مایع – جامد: جذب سطحی و یا Leaching را می‌توان نام برد (فرایند کاتالیستی تلقیح مرطوب یا استخراج شکر از نیشکر)

توجه: از روشی به اسم Foam Separation در کارخانجات نساجی که در ضایعات (Waste) آنها دترژینتهایی یا Surfactant وجود دارند که باعث آلودگی محیط زیست می‌شوند، استفاده می‌شود برای اینکار از هوادهی (یا Aeration) استفاده می‌شود که در چنین حالتی دیترژینت‌ها بصورت کف در سطح پساب درآمده و جدا می شوند.

حالا به بررسی سیستم‌های ناپیوسته (Batch) ، پیوسته و یا مداوم (Continuous)، پایدار (Steady State) ، ناپایدار (Unsteady State)، مرحله‌ای (Stage Wise) و دیفرانسیالی (Differential) می‌پردازیم.

۱) سیستم ناپیوسته (یا Batch): در این نوع سیستم مقدار مشخصی ماده اولیه را در داخل ظرف یا دستگاه می‌ریزیم و با گذشت زمان در هر مقطعی که بخواهیم دستگاه را مطالعه می‌کنیم. در ضمن به طور مرتب خروجی یا ورودی نداریم.

۲) سیستم پیوسته یا مداوم (یا Continuous): سیستمی که مرتباً ورودی و خروجی خواهد داشت و ممکن است ناپایدار هم باشد.

۳) سیستم پایا (پایدار): سیستم مداومی که در آن تغییرات نسبت به زمان نداشته باشیم و اگر سیستم مداوم نباشد نمی‌تواند پایدار باشد.

۴) سیستم ناپایدار یا ناپایا: سیستمی که با گذشت زمان در آن تغییرات خواهیم داشت و این می‌تواند Batch یا Continues باشد.

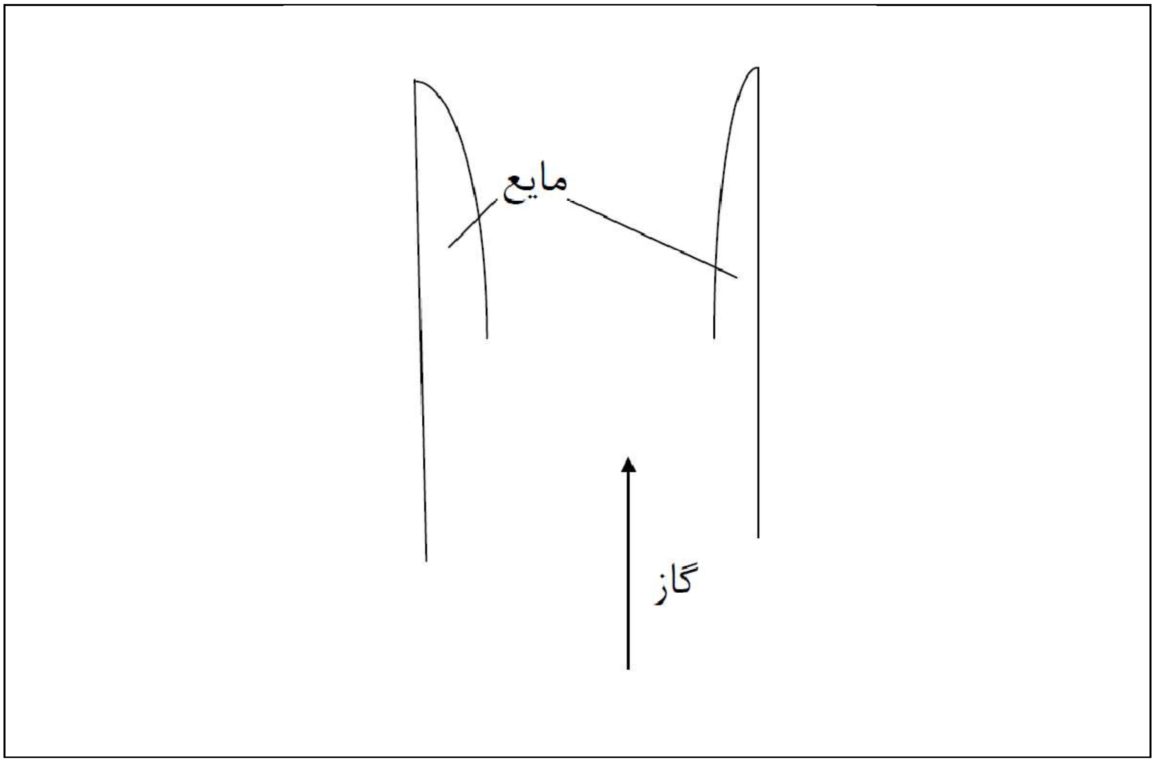
توجه: ۱- اگر با گذشت زمان در دستگاهی کیفیت محصولی تغییر ننماید می گویند سیستم به حالت Steady رسیده است. بنابراین دو موضوع که باعث تولید محصولات از طریق پروسه مداوم در حالت پایدار صورت گیرد عبارتند از:

۱) اشل بالای تولید محصول (تولید انبوه) ۲) کیفیت ثابت محصول – قابلیت تکرارپذیری تولید

۲- معمولاً دستگاه‌هایی را که بصورت Continuous کار می‌کنند هرچند ماه یکبار به منظور بازسازی و تعمیر متوقف می‌کنند. در پالایشگاه‌ها اینکار معمولاً هر سه یا شش ماه یک بار اینکار انجام می‌گیرد.

۵) سیستم مرحله‌ای: فرایندیست که مرحله به مرحله پیشرفت نماید همانند سینی‌ها موجود در برج تقطیر

۶) سیستم دیفرانسیلی: اعمالی هستند که بررسی تغییرات ذره ذره انجام می‌گیرد همانند a) ستون‌های یا برج های آکنده یا پر شده و b) ستون‌های جذب برای مثال در ستون‌های جداره مرطوب (Wetted-Wall Column) که مایع از جداره ستون از بالا و گاز از پایین وارد می‌شود:



****** اصول طراحی (Design Principles):**

در مسائل کلی طراحی موارد زیر را باید در نظر داشته باشیم:

1) Number of Stage : تعداد مراحل

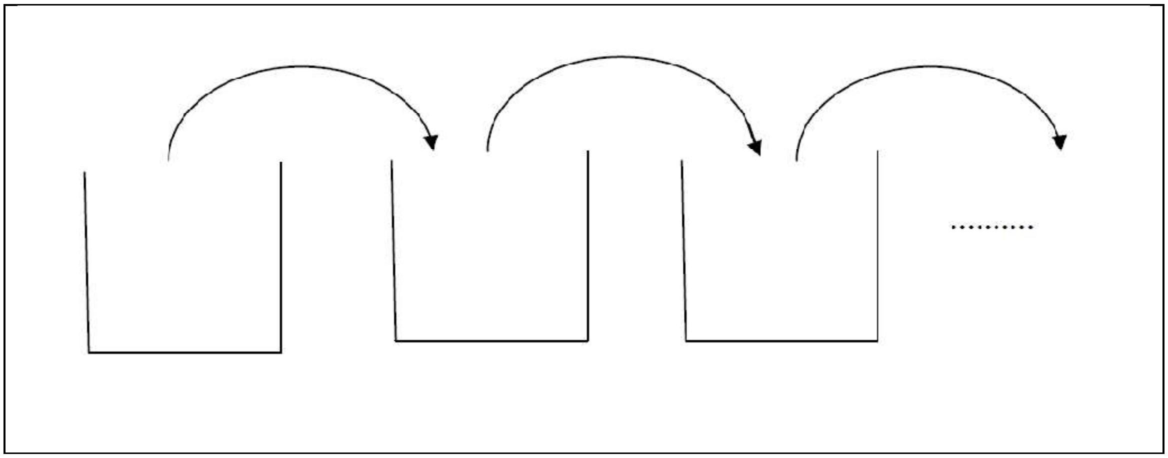
2) Permissible flow rates: شدت مجاز جریان‌ها

3) Contact time: زمان تماس

4) Energy requirements : انرژی‌های مورد لزوم

توجه:

۱) عملیاتی که در یک مرحله انجام ناپذیر باشند همانند عمل استخراج Craig بایستی که تعداد مراحل مشخص باشند.



۲) در یک دستگاه خوراک را به میزان مشخصی وارد می‌کنیم لذا ناچار خواهیم بود بعضی جریان‌ها نظیر حلال را به میزان مربوطه و مجازی مصرف نماییم.

۳) در یک سیستم پیوسته و ناپیوسته زمان تماس به دو نوع تقسیم می‌شود:

a) یک مخلوط‌کن یا Mixer را در نظر بگیریم اگر بخواهیم دو فاز را در تماس با یکدیگر داشته باشیم هر چه زمان کمتر باشد حجم ظرف نیز کمتر خواهد بود زیرا:

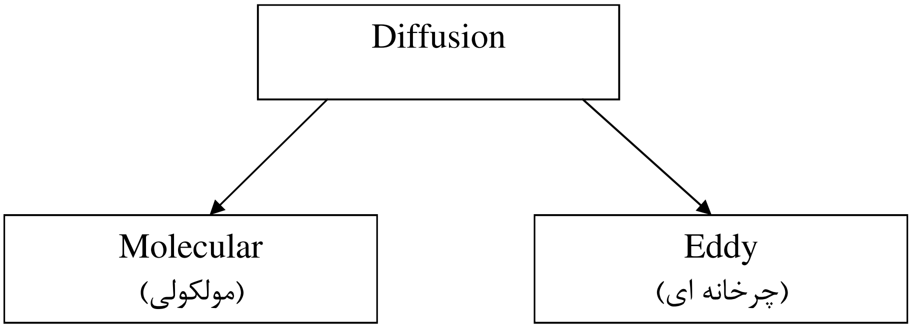
شدت جریان حجمی (دبی حجمی)/حجم ظرف= زمان در یک سیستم مداوم یا پیوسته $\theta = \frac{V}{Q}$

طبق فرمول فوق در یک سیستم پایدار و پیوسته اگر $Q=10ft^3$ باشد، ظرف بایستی که $10ft^3$ باشد که زمان تماس 1sec باشد در صورتی که برای زمان تماس 0.1 ثانیه حجم ظرف به $1ft^3$ کاهش خواهد یافت و چون حجم زیاد ظرف باعث ظرف هزینه‌ی کلان خواهد شد پس حتی‌الامکان زمان تماس کاهش داده شود یعنی چون نفوذ ملکولی که نیاز به زمان طولانی دارد مورد استفاده قرار نمی‌گیرد.

۴- در طراحی هر سیستمی احتیاج به انرژی‌های متفاوتی خواهیم داشت که می‌بایستی صرف هم زدن، انتقال سیال و حرارت دادن می‌شوند.

❊ حالا راجع به تئوری‌های انتقال جرم بررسی خواهیم داشت:

همانطور که گفته شد اساس انتقال جرم، نفوذ یا Diffusion می‌باشد که خود به دو صورت انجام می‌گیرد:

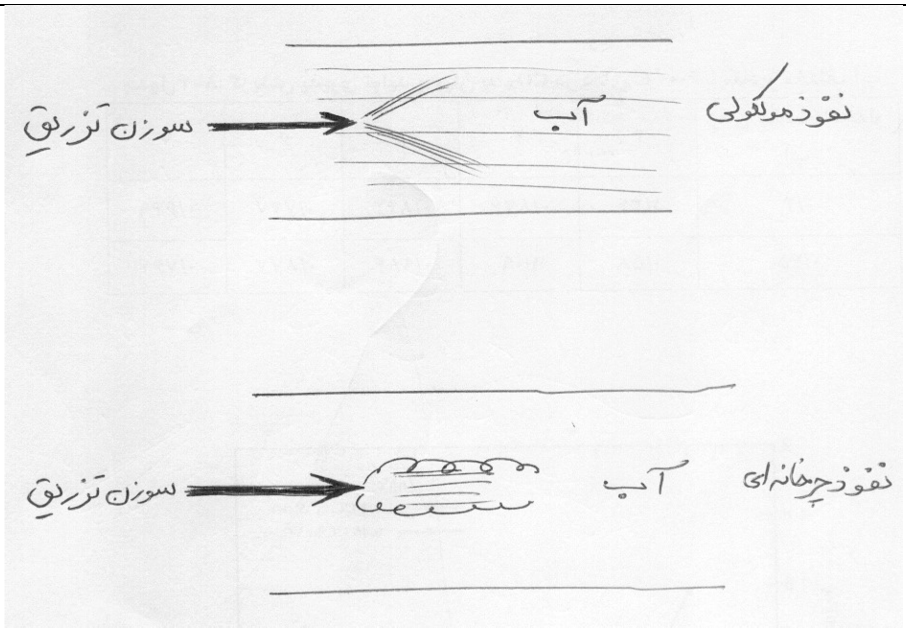


۱) نفوذ مولکولی (Molecular Diffusion) همانطور که از نامش پیداست در اثر برخورد ملکول‌ها صورت می‌گیرد و نفوذ چرخانه‌ها (Eddy Diffusion) از برخورد چرخانه‌ها با یکدیگر صورت می‌گیرد.

توجه: Eddy یا چرخانه مجموعه‌ای از چند مولکول می‌باشد که به صورت گردان و خیلی بی‌نظم‌تر از یک مولکول حرکت می‌کند. برای توجیه مطلب فوق مثالی می‌زنیم:

اگر مقداری نمک را در یک تشتک حاوی آب بریزیم در اثر نفوذ ملکولی به تدریج ملکول‌های نمک وارد فاز آب خواهند شد. حال اگر در داخل این ظرف همزنی قرار دهیم انتقال ملکول‌ها خیلی سریع‌تر انجام خواهند شد و در این حالت عامل انتقال چرخانه‌ها می‌باشند و نفوذ ملکولی نخواهند بود.

نکته: در سیالات، آزمایش Reynolds مرز بین حالت آرام (Laminar Flow) و درهم را مشخص می‌کند یعنی اگر یک ماده رنگی نظیر محلول سولفات مس آبی رنگ و یا پرمنگنات پتاسیم بنفش رنگ را مطابق شکل زیر به داخل آب تزریق می‌نماییم. در سرعت‌های پایین آب، پخش شدن رنگ منظم خواهد بود و در این حالت عامل موثر در پخش شدن رنگ، نفوذ ملکول‌ها خواهد بود. با افزایش سرعت آب پخش شدن رنگ نامنظم خواهد شد و در این حالت عامل موثر در پخش شدن رنگ چرخانه‌ها (Eddy ها) خواهند بود.



توجه:

جریان آرام (یا Laminar Flow) نتیجتاً از لحاظ پیش‌بینی نحوه و شدت انتقال جرم و محاسبات بسیار ساده‌تر می‌باشند. زیرا حرکت سیالات در حالت آرام فرموله شده است و عیب این عمل فقط کند بودن آن است. در مقایسه جریان چرخانه‌ای به علت متشکل بودن از چندین مولکول، از نوع آرام بسیار مشکل‌تر می‌باشد و مزیت این روش بالا بودن سرعت انتقال جرم می‌باشد در مدت زمان کوتاه.

*****حالا راجع به شدت انتقال جرم صحبت می‌کنیم:

این کمیت میزان جرمی است که در واحد زمان منتقل می‌شود. برای پیدا کردن این فاکتور ابتدا بایستی که شار (یا Flux) انتقال جرم را محاسبه نماییم که عبارت است از:

تعداد مولهایی که در واحد زمان از واحد سطح منتقل می‌گردند،

شار::: $Flux_A = \frac{Mole\ A}{\text{سطح انتقال} \times \text{زمان}}$ = شار (یا Flux) انتقال جرم A

منظور از سطح انتقال سطح تماس فازها می‌باشد بنابراین:

جرم مولکولی × سطح انتقال × شار= شدت انتقال جرم

بنابراین اگر در مسائل مربوط به انتقال جرم اگر قادر به محاسبه شار باشیم خواهیم توانست که انتقال جرم سیستم را تخمین بزنیم.

* به طور کلی دو نوع شار داریم که عبارتند از:

۱- شار نسبی ۲- شار مطلق

۱- فلاکس نسبی: شار یک جسم خاص نسبت به یک محیط متحرک (یا صفحه متحرک)

۲- فلاکس مطلق: شار یک جسم خاص نسبت به یک صفحه ثابت

با اشاره به مثالی مسئله را روشنتر می‌کنیم:

اتوبوسی را به عنوان یک محیط متحرک در نظر می‌گیریم که دارای سرنشین‌های A و B می‌باشد اگر سرنشین A در داخل اتوبوس متحرک شروع به حرکت نماید. این شخص را نسبت به اتوبوس یا هر شی دیگری که بررسی کنیم، خواهیم دید که شار حاصل، شار جزء A می‌باشد که یک فلاکس نسبی است. در صورتی که اگر ناظری در کنار خیابان ایستاده باشد، و در موقع حرکت اتوبوس صفحه‌ی فرضی عمودی بر جهت حرکت اتوبوس را به تصویر بکشد و ملاحظه کند که سرنشین A در داخل اتوبوس در حال حرکت می‌باشد شار A نسبت به صفحه فرضی مذکور را شار مطلق A می‌نامیم.

توجه: شار مطلق را با حرف N و شار نسبی را با حرف J نمایش می‌دهند که مثلاً برای جسم A به صورت N_A و J_A نوشته می‌شوند.

- می‌دانیم که طبق تعریف بالا، N_A از J_A به میزان سرعت متوسط توده جرمی بزرگتر می‌باشد. یعنی:

$$N_A = J_A + U_M C_A$$

$$C_A \equiv [=] \frac{Mole}{Volume}$$

(= غلظت جسم A)

$$U_M \equiv [=] \frac{Length}{Time}$$

(= متوسط سرعت محیط)

برای ساده‌ترین حالت محیط چندجزئی (یعنی دو جزئی)

$$U_M = \frac{u_A C_A + u_B C_B}{C} = \frac{u_A C_A + u_B C_B}{C_A + C_B} = \frac{\sum_j u_j C_j}{\sum_j C_j}$$

به بیان دیگر U_M بمانند جرم ملکولی متوسط محاسبه می‌شود یعنی:

$$M_{avg} = \frac{x_A M_A + x_B M_B + ------}{x_A + x_B + ------} = \frac{\sum_i x_i M_i}{\sum_i x_i}$$

که در این مورد چون

$$x_A + x_B + ------= 1$$

می‌باشد لذا:

$$M_{avg} = x_A M_A + x_B M_B + ------= \sum_i x_i M_i$$

توجه: به طور کلی وقتی صحبت از غلظت (یا Concentration) به میان می‌آید بایستی توجه داشته باشیم که ترم غلظت دارای یک واحد مشخصی نمی‌باشد و نهایتاً عبارت است از تجمع مقدار مشخصی از

یک ماده در یک محیط یعنی مجموع جرم در حجم. مثلاً: وقتی گفته می‌شود که درصد نمک آب دریاچه خزر x است این مطلب غلظت را مشخص می‌کند و یا ppm که خود واحدی از غلظت است و یا زمانی که گفته می‌شود دانسیته‌ی فلان ماده در مخلوط فلان قدر است یعنی مقدار جرم در واحد مشخصی از حجم وجود دارد که این خود نیز نوعی Concentration به حساب می‌آید.

نکته مهم:

۱- وقتی از درصد ماده‌ای در یک گاز صحبت به میان می‌آید در صورتی که ذکر نشود، درصد فوق را درصد حجمی یا مولی در نظر می‌گیریم. اما در مورد مایعات یا جامدات اگر قید نشود منظور درصد جرمی می‌باشد.

۲- فشارهای جزئی خود شاخه‌ای از غلظت محسوب می‌شوند. برای مثال وقتی گفته می‌شود فشار جزئی آمونیاک در هوا 30 mmHg می‌باشد یعنی:

$$y_A = \frac{30}{760} \qquad \text{(مول فرکشن آمونیاک)}$$

حال اگر به رابطه بین شار جزئی و مطلق برگردیم، خواهیم داشت:

$$N_A = J_A + \left[\frac{u_A C_A + u_B C_B}{C}\right] C_A$$

از طرفی:

$$C_A = \frac{F_A}{M_A} \qquad [=] \ \frac{Mole}{Volume} \qquad \text{(یا مولاریته)}$$

بنابراین:

$$u_A C_A = u_A \frac{F_A}{M_A} \qquad [=] \ \frac{Length}{Time} \times \frac{Mole}{Volume} = N_A$$

یا اینکه:

$$N_A = J_A + \left[\frac{N_A + N_B}{C}\right] C_A$$

حالا: در مورد شار نسبی قانونی به نام قانون اول فیک (Fick's First Law) وجود دارد که می‌گوید:

$$J_A = -D_{AB}\ \frac{dC_A}{dz}$$

که D_{AB} ضریب نفوذ A در B نامیده می‌شود و ترم $\frac{dC_A}{dz}$ گرادیان غلظت نسبت به محور Z یعنی جهتی که انتقال صورت می‌گیرد می‌باشد.

قانون فوق می‌گوید که: شار نسبی مساویست با ضریب نفوذ ضربدر گرادیان غلظتی نسبت به یک محور.

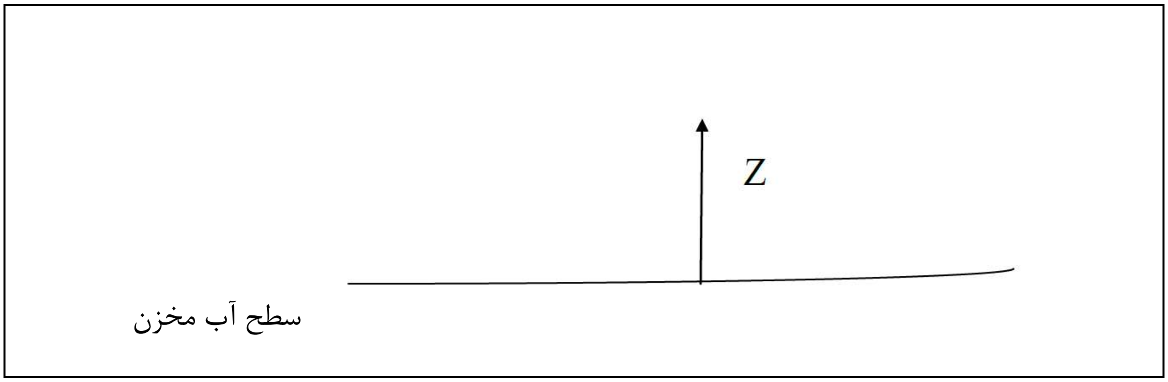
توجه: علت علامت منفی در فرمول اینست که ترم $\frac{dC_A}{dz}$ همواره منفی می‌باشد چرا که غلظت از مکان بیشتر به کمتر می‌رود، در جهت خلاف علامت مثبت Z.

بنابراین رابطه شار نسبی و مطلق به شکل زیر در خواهد آمد:

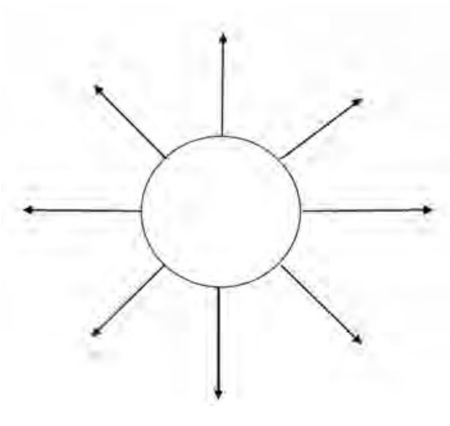
$$N_A = -D_{AB}\ \frac{dC_A}{dz} + \frac{N_A + N_B}{C} C_A = -D_{AM}\ \frac{dC_A}{dz} + \frac{\sum_i N_i}{C} C_A \qquad (I)$$

در اینجا لازم است که در رابطه تغییراتی داده و برحسب N_A رابطه فوق را بنویسیم:

توجه: Z را مسیر انتقال یا Diffusion Path می نامیم. مثلاً اگر Case مخزنی را بگیریم که آب از سطح آن تبخیر می‌شود، Z بصورت زیر می‌باشد:



البته بعضی اوقات انتقال جرم بصورت Radial یعنی شعاعی نیز ملاحظه می‌گردد که بعنوان مثال می‌توان گلوله کروی شکل نفتالینی را در نظر گرفت که تصعید می‌شود که در چنین حالتی عبارت dz را با dr جایگزین می‌کنیم یعنی مسیر انتقال را با r نشان می‌دهیم.



همانطور که ملاحظه می‌شود در رابطه (I) دو متغیر C_A و Z را داریم که موقعی که آنها را در دو طرف تساوی منظم کرده و انتگرال‌گیری بکنیم خواهیم داشت:

راجع به نقطه (۱) و(۲) و پایداری موضعی و نقطه ای و ناپایداری کلی صحبت شود.

$$dz = \frac{dC_A}{f(C_A)} \quad \Longrightarrow \quad \int_{Z_1}^{Z_2} dz = \int_{C_{A1}}^{C_{A2}} \frac{dC_A}{f(C_A)}$$

این رابطه را برای .H.W شماره یک انجام دهید.

$$\Longrightarrow \; N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \frac{D_{AB} C}{Z} \, ln \left[\frac{\frac{N_A}{N_A + N_B} - \frac{C_{A2}}{C}}{\frac{N_A}{N_A + N_B} - \frac{C_{A1}}{C}} \right]$$

$$\Longrightarrow \; N_A = \frac{N_A}{\sum_{i=A,B} N_i} \frac{D_{AB} C}{Z} \, ln \left[\frac{\frac{N_A}{N_A + N_B} - \frac{C_{A2}}{C}}{\frac{N_A}{N_A + N_B} - \frac{C_{A1}}{C}} \right]$$

یا

$$N_A = N_A(D_{AM}, C, Z, \frac{N_A}{\sum_i N_i})$$

بنابراین، با توجه به اینکه تمامی ترم‌های رابطه (II) بغیر از $\frac{N_A}{\sum_i N_i}$ مشخصند، در صورت محاسبه این نسبت، مقدار N_A و نتیجتاً شدت انتقال جرم را می‌توانیم تعیین بکنیم.

محاسبه نسبت $\frac{N_A}{\sum_i N_i}$:

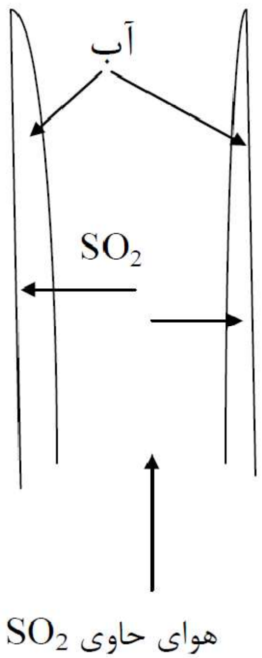
این امر مربوط به حالت عملیاتی مسئله خواهد داشت. لازم به یادآوریست که کلیه مباحث زیر مربوط به حالت پایدار (یا Steady State) می‌باشند.

حالت اول: Diffusion of A into stagnant B (نفوذ A در B ساکن)

یعنی تنها نفوذکننده جسم A می‌باشد. بنابراین N_A مقدار مشخصی و $N_B=0$ می باشد. بنابراین

$$\frac{N_A}{\sum_i N_i} = 1$$

اینچنین حالتی غالباً در ستون‌های جذب اتفاق می‌افتد. در ساده‌ترین نوع این دستگاه‌ها حلال را از دیوار ستون و از بالا وارد نموده و مخلوط گازی را که جزء جدا شونده در آن وجود دارد از زیر وارد ستون می‌نمایند. مثلاً جذب SO_2 از هوا توسط آب را در نظر می‌گیریم:



همانطور که در شکل دیده می‌شود SO_2 در طول ستون در جهت شعاعی توسط آب جذب می‌شود. SO_2 که جزء جذب شونده یا Diffusing Substance یا جزء نفوذکننده نامیده می‌شود و در حالت Steady میزان نفوذ آن درحلال ثابت خواهد بود و هوا در چنین سیستمی Non-Diffusing Substance نامیده می‌شود. و میزان جذب هوا در آب در مقایسه با SO_2 قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد.

نکته مهم: در مثال بالا ملاحظه می‌شود که انتقال پیدا کردن متفاوت از حرکت کردن است چرا که فقط SO_2 انتقال می‌یابد در صورتی که آب هم حرکت دارد. که در یک چنین حالتی: (انتقال فیزیکی vs. انتقال جرم)

$$\frac{N_A}{\sum_i N_i} = \frac{N_A}{N_A + (N_B = 0)} = 1$$

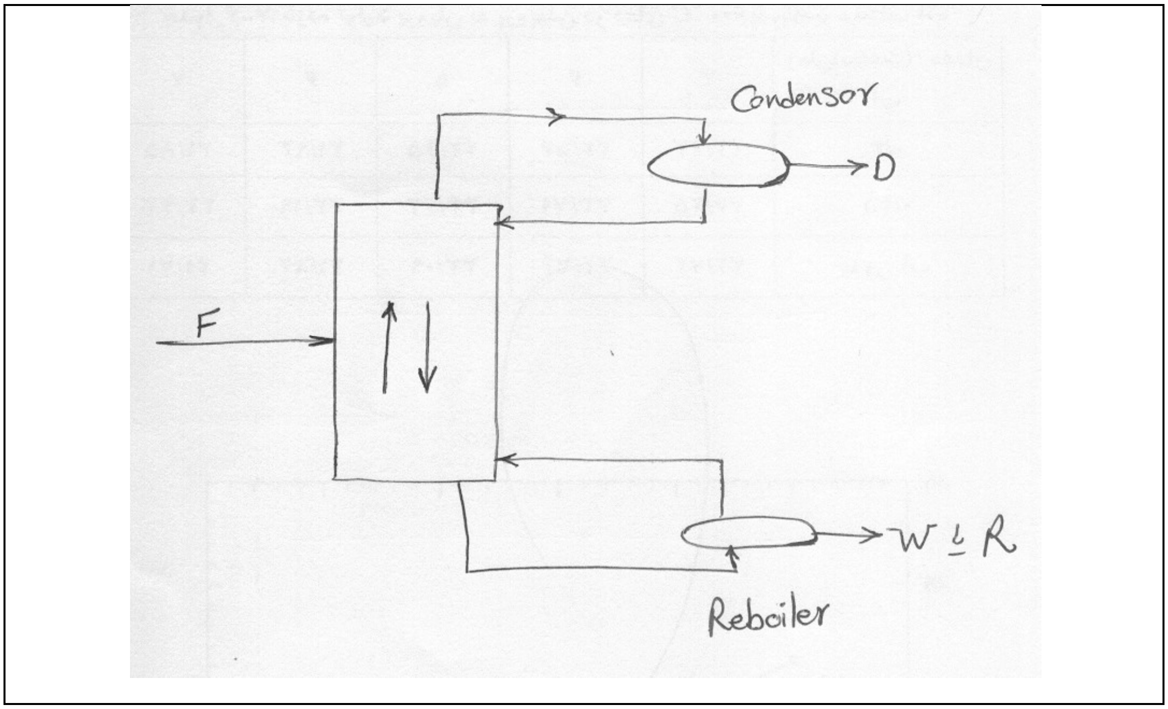
که دراین مثل، هوا را که خود شامل چندین گاز می‌باشد، جزء B در نظر گرفته‌ایم. با توجه به نتیجه نسبت بالا:

$$N_A = \frac{D_{AB}C}{Z}\ ln\left[\frac{1-\frac{C_{A2}}{C}}{1-\frac{C_{A1}}{C}}\right]$$

حالت دوم:

ممکن است حالتی نظیر تقطیر را در نظر بگیریم. در ستون تقطیر برخلاف ستون جذب یک حالت نفوذش متقابل وجود خواهد داشت. یعنی مواد سبکتر درستون از پایین به بالا ومواد سنگین‌تر از بالا به پایین در حال حرکت می‌باشند در حالت (Steady State) تعداد مولهایی که به سمت بالا می‌روند مساوی تعداد مول‌هایی‌است که به سمت پایین می‌روند وچون جهت حرکتشان متفاوت می‌باشند

$\frac{N_A}{\sum_i N_i} = \frac{N_A}{0} = undefined$ پس معادله شار را قبل از انتگرال‌گیری در نظر می‌گیریم. یعنی:



$$N_A = -D_{AB}\ \frac{dC_A}{dz} + \frac{(N_A + N_B) = 0}{C} C_A$$

بنابراین خواهیم داشت:

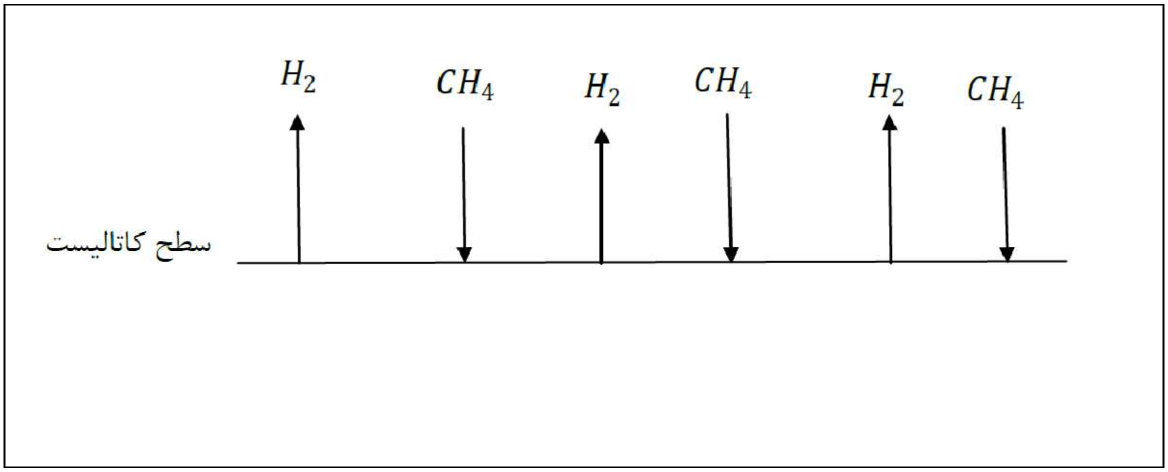
$$N_A = \frac{D_{AB}}{z}(C_{A1} - C_{A2})$$

حالت سوم:

حالت‌های دیگر از طریق Stoichiometery واکنش بررسی می‌شوند. برای مثال سیستم های کاتالیستی که ماده در سطح کاتالیست جذب می‌شود بعنوان مثال کراکینگ متان روی سطح کاتالیست (Dehydrogenation Catalyst) در نظر می‌گیریم. در چنین شرایطی متان به کربن و هیدروژن شکسته می‌شود.

$$CH_4 \xrightarrow{\text{Dehydrogenation Catalyst}} C + 2H_2$$

که کربن آن روی سطح باقی مانده و هیدروژن آن از سطح جدا می‌شود. به بیان دیگر:



در اینجا اگر CH_4 ، C و H_2 را بترتیب با حروف A ، B و C نمایش دهیم از روی استوکیومتری مسئله قادر به تعیین نسبت $\frac{N_A}{\sum_i N_i}$ خواهیم بود. در اینجا $N_B=0$ است (چرا که پس از تولید به سطح کاتالیست متصل شده و در آن حالت باقی می‌ماند که اینرا Coking می‌گوییم) و از استوکیومتری می‌بینیم که به ازای هر مولکول متان ۲ مولکول هیدروژن آزاد می‌شود. بنابراین :

$$N_B = 0 \quad , \quad N_C = -2\,N_A$$

نهایتاً :

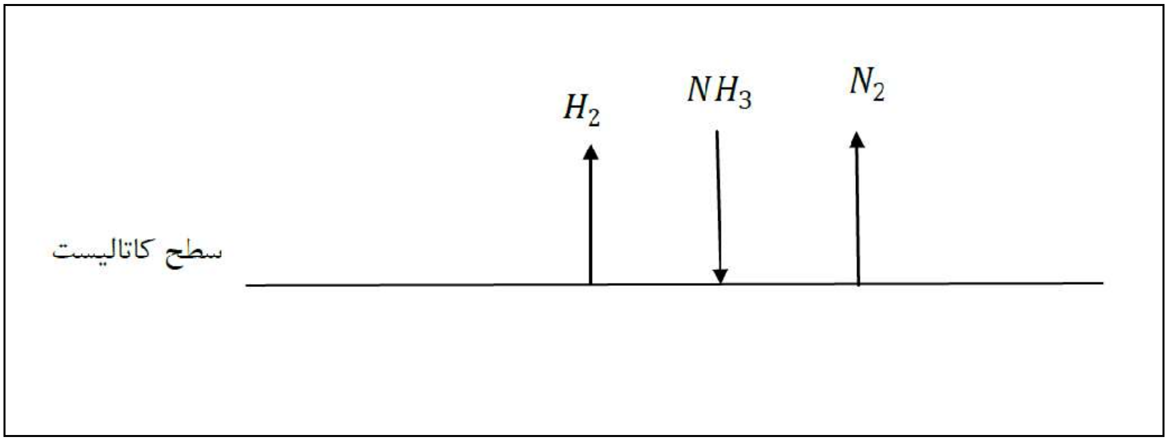
$$\frac{N_A}{\sum_i N_i} = \frac{N_A}{N_A + N_B + N_C} = \frac{N_A}{N_A + 0 - 2N_A} = -1$$

که بالاخره شار A را به شکل زیر محاسبه می‌کنیم:

$$N_A = -\frac{D_{AB}C}{Z}\, ln\left[\frac{1+\frac{C_{A2}}{C}}{1+\frac{C_{A1}}{C}}\right]$$

توجه شود که چون $C_{A1}>C_{A2}$ (یعنی نفوذ از جایی که غلظت بیشتر است به جایی که غلظت کمتـر اسـت صورت می‌گیرد) بنابراین ترم $ln\left[\frac{1+\frac{C_{A2}}{C}}{1+\frac{C_{A1}}{C}}\right] < 0$ (یا منفی) خواهد بود کـه نهایتـاً $N_A>0$ (یـا مثبـت) مـی باشد.

مثال دیگر در این زمینه، تجزیه آمونیاک در سطح کاتالیزور می‌باشد. یعنی:



$$2NH_3 \longrightarrow N_2 + 3H_2$$
$$A \qquad\qquad B \qquad\quad C$$

$$\frac{N_i}{\nu_i} = const$$

$$N_B = -\frac{1}{2}N_A \qquad N_C = -\frac{3}{2}N_A$$

$$\frac{r_i}{\nu_i} = const \quad \Longrightarrow \frac{r_i z}{\nu_i} = const \times z = const1$$

$$\nu_i = \begin{cases} -: & \text{ماده اولیه} \\ +: & \text{محصول} \end{cases}$$

$$\frac{N_A}{\sum_i N_i} = \frac{N_A}{N_A + N_B + N_C} = \frac{N_A}{N_A - \frac{1}{2}N_A - \frac{3}{2}N_A} = -1$$

توجه: پس ملاحظه می‌شود مطابق با وضعیت انتقال جرم در کل سیستم می‌توان نسبت $\frac{N_A}{\sum_i N_i}$ را محاسبه نمود و در این درس اغلب با حالاتی مواجه خواهیم شد که ناگزیر به محاسبه این نسبت می‌گردیم.

نکته مهم: اگر مخلوط ما حالت گازی باشد و بتوانیم قانون گاز ایده‌آل (یا کامل) را در موردش بکار بریم قادر خواهیم بود که ترم غلظت را با فشارهای جزئی جایگزین نماییم زیرا:

$$P_t V = nRT \quad \Longrightarrow \quad P_t = \frac{n}{V}RT = CRT$$

$$\Longrightarrow \quad C = \frac{P_t}{RT} \quad \text{غلظت مولی} \quad [=] \, \frac{mol}{l}$$

$$\rho = \frac{P_t \; M_{Avg}}{RT} \quad \text{غلظت جرمی} \quad [=] \, \frac{gr}{l}$$

$$M_{Avg} = \frac{\sum_i X_i M_i}{\sum_i X_i} = \sum_i X_i M_i \qquad \text{جزء مولی در مایع} \quad X_i$$

در صورت جایگزین کردن این رابطه در معادله N_A و J_A خواهیم داشت:

$$N_A = \frac{D_{AB}P_t}{RTZ}\ ln\left[\frac{1-\frac{P_{A2}}{P_t}}{1-\frac{P_{A1}}{P_t}}\right] \qquad (III)$$

برای نفوذ A در B ساکن

زیرا می دانیم که $C_{Ai} = \frac{P_{Ai}}{RT}$ برای i=1,2,...

بنابراین معادله (III) را بشکل زیر خواهیم نوشت:

برای شرایط حالت اول یعنی نفوذ A در B ساکن

$$N_A = \frac{D_{AB}P_t}{RTZ}\ ln\left[\frac{P_t - P_{A2}}{P_t - P_{A1}}\right]$$

اما

$$P_{A1} + P_{B1} = P_t = P_{A2} + P_{B2}$$

بنابراین:

$$N_A = \frac{D_{AB}P_t}{RTZ}\ ln\left[\frac{P_{B2}}{P_{B1}}\right]$$

حالا اگر هم گاز ایده‌آل داشته باشیم هم شرایط حالت دوم یعنی:

Equimolar counter diffusion $(N_A = -N_B)$

بنابراین:

$$N_A = \frac{D_{AB}}{RTZ}\ (P_{A1} - P_{A2})$$

ملاحظه می‌شود که می‌توان حالات مختلف انتقال جرم و معادله شار نوشته شده را برای سیالات اعم از گازها یا مایعات استفاده کرد و در مورد گازها با استفاده ازمعادلات خاص مربوط به خودشان روابط شار را ساده تر نمود.

به بیان دیگر در مورد «حالت اول» بالا برای مایعات خواهیم داشت:

$$N_A = \frac{D_{AB}}{Z}\left(\frac{\rho}{M}\right) ln\left[\frac{1-x_{A2}}{1-x_{A1}}\right] \qquad \frac{C_{Ai}}{C_T} = x_{Ai},\ \ C_T = \frac{\rho}{M}$$

برای حالت دوم بالا که $N_A=-N_B$ می‌باشد:

$$N_A = \frac{D_{AB}}{Z}\left(\frac{\rho_{A1}}{M_{A1}} - \frac{\rho_{A2}}{M_{A2}}\right)$$

پس می‌بینیم که در مایعات از دانسیته بعنوان غلظت استفاده می‌کنیم.

حالا بحث پیرامون ضریب نفوذ یا Diffusivity را شروع می‌کنیم:

- **تعریف**
- **فاکتورهای موثر**
- **فاز**
- **نحوه محاسبه**
- **نحوه تصحیح**

می دانیم که برای محاسبه‌ی شار می‌بایستی که ضریب نفوذ را در مورد سیالات اعم از مایعات یا گازها داشته باشیم.

۱- در مورد گازها سینتیک (یاکینتیک) آنها ما را در بدست آوردن روابطی برای تخمین این فاکتور (ضریب نفوذ) یاری می‌کنند.

۲- در مورد مایعات رفتار برخی مایعات خاص باعث آسان شدن روابطی برای تخمین Diffusivity شده است.

توجه:

۱- معمولاً جداولی وجود دارند که ضریب نفوذ را برای مواد مختلفی در اختیار ما قرار می‌دهند. که در صورت وجود، حتی الامکان ما باید از آنها استفاده می‌کنیم.

۲- در گازها Diffusivity به شرایط محیط بستگی دارد. مثلاً با افزایش دما ضریب نفوذ افزایش می‌یابد و با افزایش فشار این ضریب نفوذ کاهش می‌یابدن. در مجموع Diffusivity را می‌توان به صورت قدرت نفوذ گاز دانست که در اثر افزایش فشار، درجه آزادی مولکول (Degree of Freedom) بروی نفوذ کاهش می‌یابد یعنی قدرت حرکت مولکول از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر کاهش می‌یابد.

۳- جداولی در کتب مختلف برای تخمین ضریب نفوذ موجود می‌باشند که نام چند کتاب مهم به شرح زیر است:

1- Mass Transfer Operation (Robert Treybal)
2- Mass Transfer (Sherwood & Pigford)
3- Transport Phenomena (Bird, Stewart & Lightfoot)
4- Perry’s Chemical Engineering Handbook

توجه: بعضی اوقات اختلاف‌هایی در اطلاعات ذکر شده در مورد Diffusivity در کتب مختلف مشاهده خواهد شد که علت این امر اختلاف روش‌ها در تعیین ضریب نفوذ می‌باشد.

حالا، اگر برای ماده‌ای موفق به تعیین ضریب نفوذ در جداول نشویم می‌بایستی که از روابط آمپریکال (Emperical) ارائه شده در مورد تعیین ضریب نفوذ استفاده نمائیم.

توجه: برای مایعات روابط آمپریکال برای Diffusivity دارای دقت کمتری از روابط برای گازها می‌باشند.

به چند نوع از این روابط می‌پردازیم:

۱- رابطه زیر (برای تعیین D_{AB} گازها از دقت بیشتری برخوردار است و به اسم رابطه Whilke-Lee شناخته شده است): [پس از این رابطه برای نفوذ در گازها استفاده می کنیم]

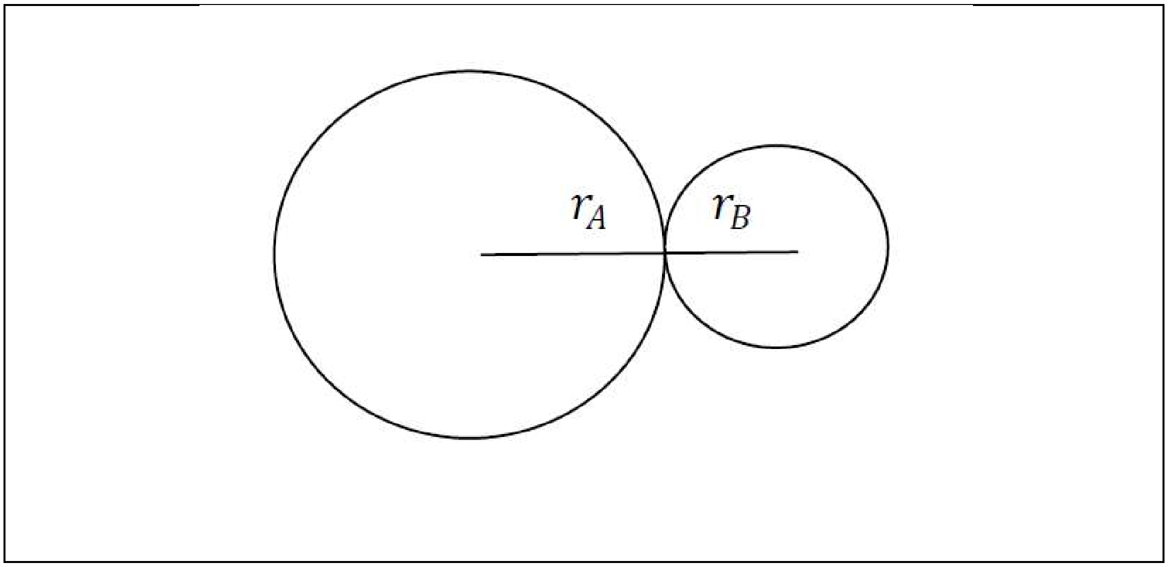
$$D_{AB} = \frac{\left[0.000184 - 0.0000249\sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}\right] T^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}}{P_T \ (r_{AB})^2 \ \left[f\left(\frac{kT}{\varepsilon_{AB}}\right)\right]}$$

$$D_{AB} = [\frac{cm^2}{sec.}]$$

برای ترکیب گازهای غیر قطبی یا ترکیب گازهای غیر قطبی و قطبی

این معادله بعد cgs دارد (یعنی به cm ، (gm) ، .Sec و (K) همه چیز مطرح است) .

البته r_{AB} که متوسط حسابی (r_A و r_B) (شعاع A و B) می‌باشد به واحد A می‌باشد. پس:



متوسط شعاع برخورد برای کره های صلب یا Rigid Sphere

$$r_{AB} = \frac{r_A + r_B}{2}$$

k که همان ثابت Boltzmann است و $f\left(\frac{kT}{\varepsilon_{AB}}\right)$ تابع برخورد نامیده می‌شود و با داشتن $\frac{kT}{\varepsilon_{AB}}$ و با مراجعه به نمودار، $f\left(\frac{kT}{\varepsilon_{AB}}\right)$ قابل محاسبه می‌باشد. (شکل ۲-۵، صفحه ۳۲ کتاب Treybal این نمودار ارائه شده است).

در اینجا، ε_{AB} میانگین هندسی ε_A و ε_B می‌باشد که از رابطه:

$$\varepsilon_{AB} = \sqrt{\varepsilon_A \, \varepsilon_B}$$

و ε_{AB} را انرژی برخورد (اینترکنش) یا (Interaction) برحسب واحد erg می‌دانیم که تابعی از T و P می‌باشد. و اما:

$$\frac{kT}{\varepsilon_{AB}} = \sqrt{\frac{kT}{\varepsilon_A}}\sqrt{\frac{kT}{\varepsilon_B}} = \frac{kT}{\sqrt{\varepsilon_A\varepsilon_B}}$$

توجه:

۱- بنابراین می‌بینیم که در یک سیستم دوجزئی A و B ، نفوذ مولکولی تابعی از دمای مطلق (°K) و فشار کل سیستم می‌باشد.

$$D_{AB} = \alpha - \beta$$

با تغییر T و P ، تغییر β خیلی بیشتر از α است. بنابراین:

$$D_{AB} \cong -\beta$$

۲- در مسائلی که نیاز به D_{AB} داشته باشیم وظیفه ما نخست رجوع به جداول موجود میباشد و اگر در جداول توانستیم D_{AB} را در P و T دیگری به غیر از آنچه نیاز داریم، بدست آوریم، آن گاه قادر خواهیم بود که آنرا برای P و T مورد نظر تصحیح نماییم بدینصورت در رابطه تجربی ارائه شده می‌دانیم که تاثیر دما به صورت توان 3/2 (دمای مطلق) و به مقدار جزئی نیز در $f\left(\frac{kT}{\varepsilon_{AB}}\right)$ که در صورت زیاد بودن اختلاف دما نیز ظاهر می شود و توان ۱- فشار، بنابراین:

$$\frac{D_{AB-1}}{D_{AB-2}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{P_{T2}}{P_{T1}}\right) \left(\frac{f_2}{f_1}\right)$$

$$\Delta T \le 70\ ^\circ\mathrm{C} \implies \frac{f_2}{f_1} \longrightarrow 0 \quad or\ \Delta f \cong 0$$

توجه: در صورتی که اختلاف دو دمای T_1 و T_2 کم باشد، $\frac{f_2}{f_1}$ قابل صرف نظر کردن می‌باشد. یعنی

$$f_1 \cong f_2$$

مثال۱- ضریب نفوذ O_2 در ازت در دمای 0°C و فشار ۱ اتمسفر از جدول داریم:

$$D_{O_2-N_2} = 0.181 \ \frac{cm^2}{sec}$$

بنابراین $D_{O_2-N_2}$ در دمای 50°C و فشار 5 atm چقدر خواهد بود؟

حل:

$$\frac{D_{0\,°C}}{D_{50\,°C}} = \left(\frac{0.181}{D_{50\,°C}}\right) = \left(\frac{273+0}{273+50}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{f_{50\,°C}}{f_{0\,°C}}\right) \left(\frac{5\,atm}{1\,atm}\right)$$

$$\frac{f_{50\,°C}}{f_{0\,°C}} \cong 1$$

قابل صرفنظر کردن

$$D_{50\,°C} = 0.0466 \ \frac{cm^2}{sec}$$

بر روی مقدار تغییر بر اثر دما و فشار بحث شود

حالا با دقت بیشتری به واحد یا بعد D_{AB} بکنیم:

$$D_{AB} [=] \ \left(\frac{cm^2}{sec}\right), \left(\frac{m^2}{sec}\right) \ or \ \left(\frac{ft^2}{hr}\right)$$

این بعد بدلیل زیر می‌باشند:

$$J_A = -D_{AB} \ \frac{dC_A}{dz} \ \Rightarrow \ D_{AB} = -\frac{J_A}{\left(\frac{dC_A}{dz}\right)} \ \Rightarrow \ D_{AB} [=] \ \frac{\frac{mol}{L^2.Time}}{\frac{mol}{L.L^3}}$$

$$D_{AB}[=]\ \frac{L^2}{Time}$$

$$D_{AB}[=]\ \frac{L^2}{\theta} = \frac{Area}{Time}$$

بنابراین، معنی ضریب نفوذ به شکل زیر است:

مربع طول یا مساحتی را که مولکول بر واحد زمان طی می‌کند و هرچه این مساحت بزرگتر بشد نتیجتاً فاصله بین دو نقطه را این مولکول سریعتر طی می‌کند یا به بیان دیگر ضریب نفوذ بزرگتر است.

حالا که مسئله را حل کنیم که هم D_{AB} و هم شار را در آن بکار بریم.

مثال ۲- در مخلوطی از اکسیژن و ازت در فشار یک جو و دمای ۲۵°C ، غلظت اکسیژن در دو صفحه‌ای که به فاصله 0.2cm از یکدیگر قرار گرفته‌اند به ترتیب ۱۰٪ و ۲۰٪ می‌باشد. شدت نفوذ مولکولی (یا انتقال جرم) اکسیژن را برحسب گرم مول بر سانتیمتر مربع بر ثانیه برای هر یک از حالت زیر پیدا کنید:

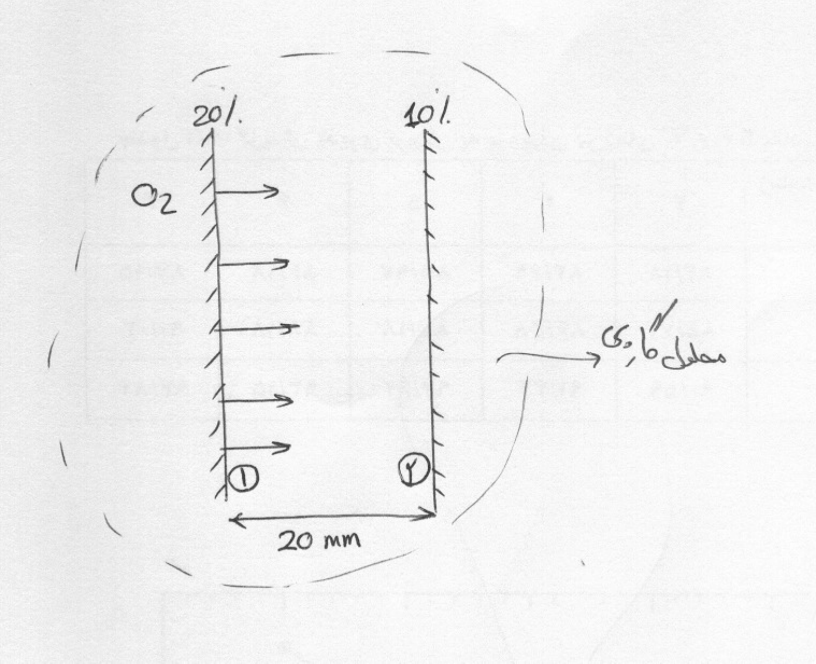
الف: ازت نفوذ نمی‌کند ($N_B = N_{N_2}=0$ یا ازت Non-Diffusing Substance می‌باشد).

ب: ازت و اکسیژن با شدت برابر در خلاف جهت یکدیگر نفوذ می کنند. ($N_{O_2} = -N_{N_2}$, Equimolar Counter Diffusion)

حل:

توجه: علت انتقال جرم وجود گرادیان غلظت اکسیژن می باشد.

حالا اگر شرایط را پایدار (Steady) در نظر بگیریم در هر دو قسمت این مسئله N_2 نقش گاز حمل کننده (یا Carrier) را خواهد داشت.



توجه: ما اینجا با مشکل تقطیر O_2-N_2 در شرایط فشاری موجود روبرو نیستیم. چرا که عمل تقطیر مستلزم میعان یا Liquification یا تغییر فاز است می‌باشد.

حالت الف:

$$N_A = 0 \quad \frac{N_A}{\sum_i N_i} = 1$$

$$N_A = 0 \quad \frac{N_A}{\sum_i N_i} = 1$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{D_{AB} P_T}{RTZ} \, ln \left[\frac{1 - \frac{P_{A2}}{P_T}}{1 - \frac{P_{A1}}{P_T}} \right]$$

$$\frac{0.1 \times 1}{1} = \frac{P_{A2}}{P_T} = y_{A2} = 0.1$$

$$\frac{0.2 \times 1}{1} = \frac{P_{A1}}{P_T} = y_{A1} = 0.2$$

$$\frac{0.2 \times 1}{1} = \frac{P_{A1}}{P_T} = y_{A1} = 0.2$$

$$\left.D_{O_2-N_2}\right)_{1\ atm,0\ ℃} = 0.181\ \frac{cm^2}{sec}$$

$$\left.D_{O_2-N_2}\right)_{1\ atm,25\ ℃} =$$

$$\frac{0.181}{D_{AB}} = \left(\frac{273+0}{273+25}\right)^{\frac{3}{2}}\ \left(\frac{1}{1}\right)\ \left(\frac{1}{1}\right)$$

$$\Rightarrow D_{AB} = 0.206\ \frac{cm^2}{sec}$$

$$\Rightarrow N_{O_2} = \frac{0.206\ \frac{cm^2}{sec} \times 1\ atm}{82.06\ \frac{cm^3.atm}{mol.K} \times (273+25K) \times (0.2cm)}\ ln\left[\frac{1-0.1}{1-0.2}\right]$$

حالت ب :

$$N_A = \frac{D_{AB}}{Z}(C_{A1} - C_{A2}) = \frac{D_{AB}}{RTZ}(P_{A1} - P_{A2}) = \frac{D_{AB}P_T}{RTZ}(y_{A1} - y_{A2})$$

$$\Rightarrow N_{O_2} = \frac{0.206\frac{cm^2}{sec} \times (1atm)(0.2-0.1)}{82.06\ \frac{cm^3.atm}{mol.K} \times (273+25K) \times (0.2cm)}$$

الگاریتم حل مسئله:

بنابراین می‌بینیم که ابتدا $\frac{N_A}{\sum_i N_i}$ را احتیاج داریم،

۲- سپس جهت نفوذ یا Diffusion Path (یا مسیر انتقال از ۱ به ۲) را احتیاج داریم و

۳- با داشتن غلظت اولیه و ثانویه و تعیین D_{AB} می‌توانیم N_A (یا شار مطلق) را محاسبه کنیم).

نهایتاً با داشتن شار شدت انتقال جرم را به شکل زیر محاسبه می‌کنیم:

(سطح انتقال) × (جرم مولکولی جذب شونده) × (شار یا Flux) = [شدت انتقال جرم]

بنابراین اگر در مسئله فوق شدت انتقال اکسیژن از صفحه‌ای به سطح ۱۰ cm^2 از ما خواسته می‌شد، می‌نوشتیم:

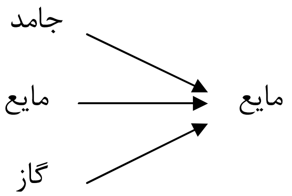
شدت انتقال جرم=

$$= N_{O_2} \frac{mole}{cm^2.sec} \times 32\ \frac{gr}{mole} \times 10\ cm^2\ \ [=] \frac{gr}{sec}\ \ in\ cgs\ system$$

توجه: آیا فکر می‌کنید که در حالت پایدار (یا Steady) اگر فاصله صفحات تغییر کند، شار تغییر می‌کند؟ جواب نه می‌باشد چرا که در چین حالتی غلظت اکسیژن روی صفحات تغییر خواهد کرد به نحوی که تأثیری روی Flux نخواهد گذاشت.

۲- نفوذ در مایعات (Diffusion in Liquids):

توجه: قبل از شروع باید متذکر شد که در چنین حالتی جسم نفوذکننده غیر از مایع می‌تواند باشد ولی در هر صورت محیطی که انتقال در آن صورت می‌گیرد باید مایع باشد به بیان دیگر:



همانطور که دیده شد و به خاطر دارید، یکی از عوامل موثر در نفوذ گازها فشار بود در حالی که در محیط‌های مایع (Incompressibility of Liquids سیالات تراکم ناپذیر) فشار تأثیر بسزایی نخواهد داشت. اما درجه حرارت در مایعات نیز موثر خواهد بود و علاوه بر اینکه باعث تسریع در حرکت ملکول‌ها می‌شود باعث کاهش ویسکاسیته (μ) یا گرانروی نیز می‌گردد که این امر خود به بالا بردن Diffusion کمک می‌کند.

$$T \uparrow \Rightarrow \mu \downarrow \Rightarrow D \uparrow$$

توجه: در مایعات نفوذ بستگی به نوع سیسم رقیق یا Dilute و غلیظ یا Concentrated روابط متفاوت خواهند بود. ۱- در مورد محلول‌های غلیظ متکی به تجربه هستیم یعنی باید نتایج تجربی percase یا موردی موجود باشند. ۲- در حالی که در محیط‌های رقیق معادلات آمپریکی وجود دارند که با استفاده از آنها می‌توان Diffusion Coefficient را تا حد نسبتاً دقیقی محاسبه نمود. یکی از مهمترین این روابط برای محلول‌های رقیق به شکل زیر است:

$$D_{AB} = \frac{7.4 \times 10^{-8} \times (\emptyset M_B)^{1/2} \times T}{\mu^{/} \times (\nu_A)^{0.6}}$$

که در اینجا:

مربوط به حلال می‌باشد: $\emptyset$

جرم ملکولی حلال است: M_B

T: (°K) دمای مطلق

ویسکاسیته محلول بر حسب cp (یا سنتی پوز) و تقریباً مساوی ویسکازیته حلال است : : $\mu^{/}$

حجم مولار جزء نفوذکننده A بر حسب $cm^3/mole$ می‌باشد.: ν_A

توجه:

۱- می‌بینیم که در رابطه فوق T (دما) به طور مستقیم (یعنی توان ۱) روی D_{AB} اثر می‌گذارد و افزایش آن باعث کاهش $\mu^{/}$ می‌شود که چون $\mu^{/}$ در مخرج واقع است و کوچک می‌شود. باز هم D_{AB} را افزایش می‌دهد.

۲- ν_A را از جداول پیدا می‌کنیم و در صورت موجود نبودن آن، از مجموع اتم‌های تشکیل‌دهنده‌ی (آن ماده) آن را تعیین می‌کنیم. در صورتی که جزء مورد نظر حلقوی باشد به ازای هر حلقه عددی ۱۵ را از مجموع حجم اتم‌ها کم می‌کنیم یعنی مثلاً برای متانول:

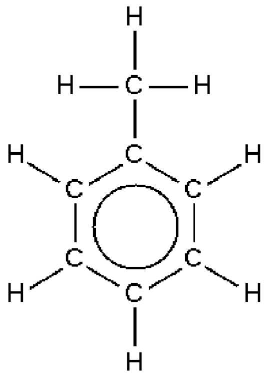
$$A = C_2H_5OH \quad \Rightarrow \; \nu_A = \sum \nu_k^{/} \, \nu_k^{//}$$

فاکتور استکیومتری: $\nu_k^{/}$

حجم مولار اتم k : $\nu_k^{//}$

$$A = C_2H_5OH \quad \Longrightarrow \; \nu_A = 2\nu_C + 5\nu_H + \nu_{OH}$$

اما اگر:



تولوئن: A

$$\Longrightarrow \; \nu_A = 7\nu_C + 8\nu_H - 15$$

در مورد محلول‌های غلیظ جدول 2.4 کتاب تریبال D_{AB} را در اختیار ما قرار می‌دهد یعنی:

راجع به مفهوم "O.M." نیز صحبت شود

(Solubility یا قابلیت حلالیت)

Solute (جزء حل شونده)	Solvent (حلال)	Temperature (C) (دما)	Solute Concentration (grmol/lit)	Diffusivity× 10^5 $(\frac{cm^2}{\text{sec}})$
Cl_2 (بصورت گاز)	H_2O	16	0.12	1.26
HCl (بصورت مایع)	H_2O	0	9	2.7

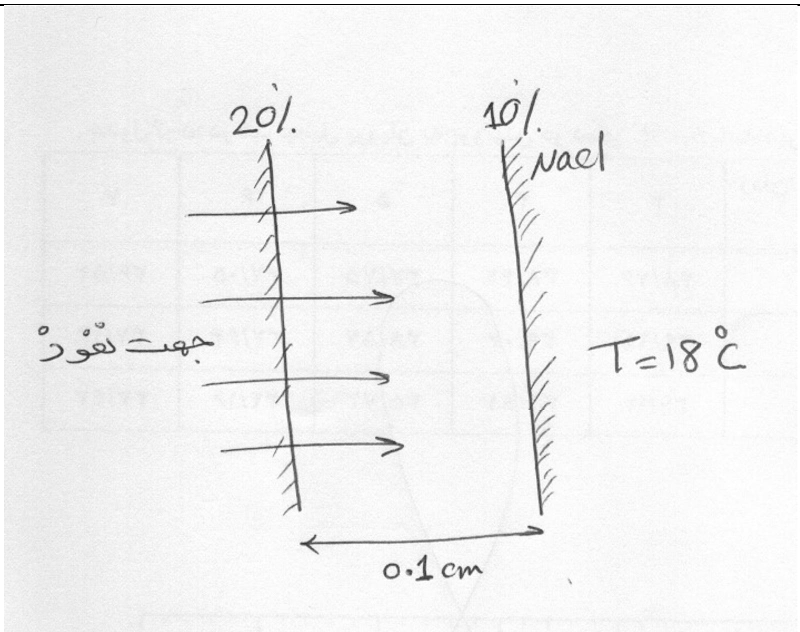
- حلالیت گاز کمتر از مایع
- دمای حلالیت گاز بیشتر از مایع
- $D_{\text{gas}} < D_{\text{Liquid}}$

هدف از مقایسه مذکور اینست که نشان دهیم که در مورد نمک‌ها تغییر غلظت جزء حل شونده، قابلیت نفوذ یا Diffusivity نیز بالا می‌رود. در ضمن میزان این تغییر نیز مطرح می‌باشد.

مثال ۳: شدت نفوذ کلرید سدیم یا نمک طعام (Nacl) را در ۱۸°C از درون لایه ساکنی از آب به جرم 95 gm به ضخامت 0.1cm را پیدا کنید. غلظت سدیم کلرایددر دو طرف لایه‌ی آب به ترتیب ۱۵٪ و ۲۰٪ می‌باشد.

حل:

- پیش از همه چیز سیستم را در حالت Steady در نظر می‌گیریم.
- می‌دانیم که اختلاف غلظت یک نیروی محرکه (Driving Force) ایجاد می‌کند (گرادیان غلظتی) که باعث نفوذ نمک می‌گردد. حال می‌خواهیم شدت این نفوذ را حساب کنیم. به علت آنکه شدت نفوذ یا Diffusion Coefficient بستگی به غلظت جزء نفوذکننده دارد لذا برای حل این مسئله می‌بایستی که متوسط غلظت جزء حل‌شونده یا Mean Solute Concentration را حساب بکنیم.
- سیستم فیزیکی ما به شکل روبرو می‌باشد:
- که نهایتاً دو دیواره نمکی که ما بین آنها لایه ۱/۰mm آب قرار دارد.



- چون Nacl جامد است بنابراین درصد مذکور را درصد جرمی یا Weight% می‌گیریم. می‌دانیم که:

شدت انتقال جرم A = Flux A×(A or S)×M_A

پس ابتدا Flux را محاسبه کرده که در این باب:

$$N_A = \left(\frac{N_A}{\sum_i N_i}\right) \left(\frac{D_{AB} C}{Z}\right) ln\left[\frac{\frac{N_A}{\sum_i N_i} - \frac{C_{A2}}{C}}{\frac{N_A}{\sum_i N_i} - \frac{C_{A1}}{C}}\right]$$

توجه کنید چون مایع داریم C و نه P را استفاده کرده‌ایم.

$$\frac{N_A}{\sum_i N_i} = ?$$

$$A = NaCl \qquad B = H_2O \qquad N_B = 0 \Rightarrow \quad \frac{N_A}{N_A + N_B} = 1$$

بنابراین:

$$N_A = \left(\frac{D_{AB}C}{Z}\right) ln \left[\frac{1 - \frac{C_{A2}}{C}}{1 - \frac{C_{A1}}{C}}\right]$$

یا به عبارتی دیگر:

$$N_A = \frac{D_{AB}}{Z}\left(\frac{\rho}{M}\right)_{avg} ln \left[\frac{1 - x_{A2}}{1 - x_{A1}}\right]$$

که در اینجا x_{A1} و x_{A2} کسر مولی (یا مول فرکشن‌های) نمک در دو طرف لایه آب می‌باشند.

- و اما $\left(\frac{\rho}{M}\right)$ مربوط به محیط انتقال است یعنی برای محاسبه N_A بایستی که دانسیته مولی محیط را محاسبه بکنیم.
- D_{AB} ضریب نفوذ نمک در آب است که در اینجا لازم است غلظت نمک حتماً در نظر گرفته شود (نمک در اینجا Solute یا DS است و آب Solvent یا NDS). بنابراین:

$$M_{H_2O} = 18.02 \quad M_{NaCl} = 58.5 \Rightarrow \quad 0.2 \;\&\; 0.8 \; are \; mass \; fractions$$

$$x_{A1} = \frac{\frac{0.2}{58.5}}{\frac{0.2}{58.5} + \frac{0.8}{18.02}} = 0.0717$$

Liquid Mole Fractions

$$x_{A2} = \frac{\frac{0.1}{58.5}}{\frac{0.1}{58.5} + \frac{0.9}{18.02}} = 0.0332$$

دانسیته‌ی محلول‌های ۱۰٪ و ۲۰٪ آب نمک را می‌توان از کتاب Perry’s استخراج نمود:

$$\rho_{20\%\ @\ 18C} = 1.15\ \frac{gr}{cm^3} \qquad \rho_{10\%\ @\ 18C} = 1.07\ \frac{gr}{cm^3}$$

جرم مولکولی را نیز به شکل زیر محاسبه می‌کنیم:

$$M_1 = 0.0717\ (58.5) + (1 - 0.0717)(18.02) = 20.9$$

$$M_2 = 0.0332\ (58.5) + (1 - 0.0332)(18.02) = 19.33$$

بنابراین دانسیته حالت‌های اولیه و ثانویه خواهند بود:

$$\frac{\rho_1}{M_1} = \frac{1.15}{20.9} = 0.055, \qquad \frac{\rho_2}{M_2} = \frac{1.07}{19.33} = 0.0553$$

که مشاهده می‌شود: $\frac{\rho_1}{M_1} \cong \frac{\rho_2}{M_2}$ که بایستی هم همینطور باشد چون حالات پایدار را بررسی می‌کنیم.

حالا برای محاسبه N_A، D_{AB} را باید داشته باشیم و برای این کار Solute Concentration را دقیقاً باید تعیین کنیم:

$$Mean\ Solute\ Concentration = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\rho_i}{M_i}\ x_{Ai} = \frac{1}{2}\left[\frac{\rho_1}{M_1}x_{A1} + \frac{\rho_2}{M_2}x_{A2}\right]$$

$$= 0.00289\ \frac{mole}{cm^3} = 2.89\ \frac{mole}{liter}$$

(متوسط حسابی غلظت جزء حل‌شونده)

بنابراین جدول زیر را می‌توان تشکیل داد:

(A) Solute	(B) Solvent	Temperature (C)	Mean Solute Concentration	D_{AB}
$NaCl$	H_2O	18	2.89	?

اما در جدول کتاب D_{AB} برای Solute Concentration های 1.0 و 3.0 مول در لیتر به ما داده شده است که نتیجتاً با استفاده از اینترپوله‌ی خطی (Linear Interpolation) استفاده کرده و D_{AB} را محاسبه کرد. نتیجه خواهیم داشت [برای (D_{AB},C_A)] :

$$D_{AB} = 1.34 \times 10^{-5}\ \frac{cm^2}{sec}\ @\ C_A = 2.89\ \frac{mol}{liter}$$

بنابراین:

$$N_A = \frac{D_{AB}}{Z}\left(\frac{\rho}{M}\right)_{avg}\ ln\left[\frac{1 - x_{A2}}{1 - x_{A1}}\right]$$

$$\left(\frac{\rho}{M}\right)_{avg} = \left[\frac{\frac{\rho_1}{M_1} + \frac{\rho_2}{M_2}}{2}\right] = \frac{0.0550 + 0.0553}{2} = 0.0552$$

$$\Rightarrow N_A = \left(\frac{1.34 \times 10^{-5}}{0.1}\right)0.0552\ ln\left[\frac{1 - 0.0332}{1 - 0.0717}\right] = 3 \times 10^{-7}\ \frac{mol}{cm^2.sec}$$

توجه: می‌بینیم که ۱) N_A مقدار بسیار پایینی می‌باشد و علت اینست که در محیط مایع ضریب انتقال جرم بسیار پایین می‌باشد (یعنی $1 \cong D_{AB}^{gas} \cong 10^0$ ، $D_{AB}^{Liquid} \cong 10^{-4\,or-5}$). ۲) ضمناً ما مسئله رادر یک زمان کوتاه یعنی Order of Magnitude ثانیه‌ای بررسی کرده‌ایم و اگر بر حسب ساعت و شار جرمی حساب بکنیم، (و نه شار مولی)، مقدار N_A به طور قابل‌ملاحظه‌ای بالا خواهد رفت یعنی:

$$\Longrightarrow N_A = 3 \times 10^{-7}\ \frac{mol}{cm^2.sec} \times 3600\frac{sec}{hr} \times 58.5\frac{gr}{mol} \cong \cdots 10^{-2}\ \frac{gr}{cm^2.hr}$$

توجه: بنابراین ملاحظه می‌کنیم که در محیط‌های غلیظ علاوه بر حرارت، غلظت محیط نیز در نفوذ موثر خواهد بود که در اینجا غلظت محیط را تحت عنوان Molar Volume Solute Concentration مطرح می‌کنیم. و اگر در این مسئله دما نیز تغییر می‌کرد می‌توانستیم به طور تقریبی بنویسیم که:

$$\frac{D_1}{D_2} \cong \frac{T_1}{T_2}\ \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

بنابراین برای محاسبه شدت انتقال:

$$\frac{5\ gr}{0.1\ cm \times A\ cm^2} = \frac{1\ gr}{cm^3} \ \Longrightarrow A = 50\ cm^2$$

شدت انتقال:

$$= \ 3 \times 10^{-7}\ \frac{mol}{cm^2.sec} \times 50\ cm^2 \times\ 58.5\frac{gr}{mol} = \cdots \frac{gr}{sec}$$

**وقتی D را برای گازها یا بخارهای دوجزئی استفاده کردیم گفتیم که سمبل D_{AB} را مصرف می‌کنیم ولی گاهی از سمبل یا نمای D_{AM} نیز استفاده می‌شود که در چنین حالتی ضریب نفوذ یک جزء را در مخلوطی از چند گاز در نظر می‌گیریم. یعنی وقتی مخلوط ما متشکل از بیش از دو جزء باشد در چنین

حالتی کنترل حرکت مولکول‌ها امکان‌پذیر نبوده و لذا نفوذ اجزا مختلف مشاهده خواهد شد و حتی ممکن است بعضی از اجزاء به صورت Non-Diffusing عمل کنند. پس در حالت کلی خواهیم داشت:

$$\frac{1}{D_{AM}} = \frac{\sum_{i=A}^{n} \frac{1}{D_{Ai}} (y_i N_A - y_A N_i)}{N_A - y_A \sum_{i=A}^{n} N_i}$$

که رابطه برای حالتی است که مخلوط ما متشکل از n سازنده یا جزء باشد.

<u>مثال چهارم:</u> در داخل یک راکتور شیمیایی مولکول‌های آمونیاک طبق معادله‌ی شیمیایی

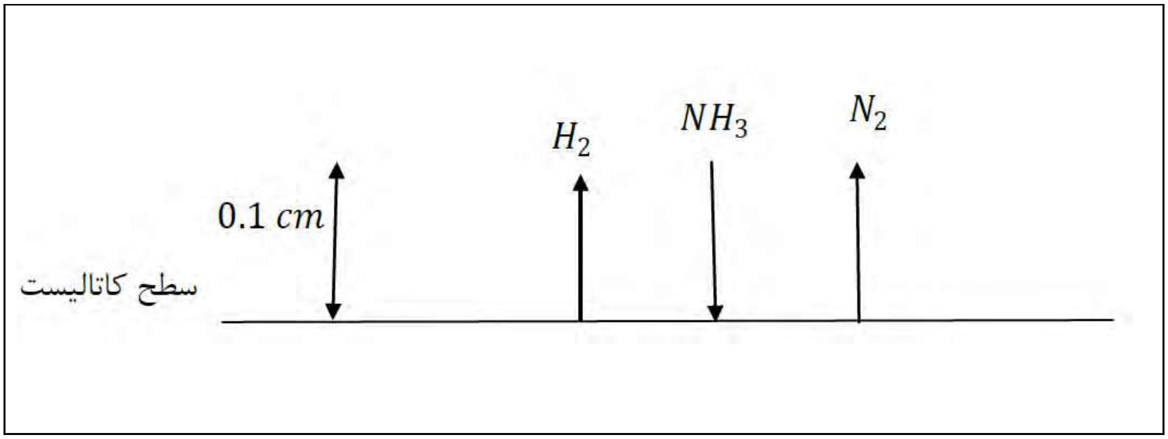
$$2NH_3 \longrightarrow N_2 + 3H_2$$

در سطح کاتالیزور جامدی شکسته می‌شوند. در نقطه‌ای در داخل این راکتور که فشار 1atm و دما 200°C است غلظت اجزاء موجود در توده گاز عبارت است از:

جزء	علامت تعیین‌کننده	غلظت حجمی (y_A)
NH_3	A	33.33%
N_2	B	16.67%
H_2	C	50.00%

شکسته شدن این مولکول‌ها بدین ترتیب انجام می‌گیرد که این مولکول‌ها از توده گاز به سمت کاتالیست انتقال می‌یابند و پس از رسیدن به آن طبق واکنش شیمیایی فوق شکسته می‌شوند. متقابلاً فرآورده‌هایی که در اثر این واکنش شیمیایی به وجود می‌آیند از سطح کاتالیست به سمت توده گاز انتقال می‌یابند. انتقال اجزاء را می‌توان به صورت نفوذ مولکولی از درون لایه‌ی گازی به ضخامت 0.1cm که به حالت آرام از روی

سطح کاتالیست حرکت می‌کند در نظر گرفت. حداکثر (یا ۱۰۰٪) شدت شکسته شدن ملکول‌های آمونیاک را در این نقطه بر حسب پوند NH_3 در ساعت بر واحد سطح کاتالیست بدست آورید؟ فرض کنید که شدت عمل شکسته شدن آمونیاک تنها توسط نفوذ ملکولی اجزاء کنترل می‌شود (یعنی واکنش شیمیایی بسیار سریع است) و نتیجتاً غلظت آمونیاک در سطح کاتالیست صفر می‌باشد. بنابراین سیستم فیزیکی ما به شکل زیر می‌باشد:



توجه: آنالیزی که مشاهده می‌شود به Bulk (توده گاز) مربوط می‌شود یعنی توده‌ی مشخصی از گاز که در سطح کاتالیست در نظر گرفته می‌شود. واضح است که نتیجتاً، در حالت پایدار (Steady) در فاصله‌ای مشخص از سطح کاتالیست هر جزء میزان خاصی وجود خواهد داشت.

- به علت تبدیل ۱۰۰٪ آمونیاک در سطح کاتالیست، فقط H_2 و N_2 به توده گاز باز می‌گردد.

بنابراین فرمول عمومی شار را می‌نویسیم که می‌گوید:

$$N_A = \left(\frac{N_A}{\sum_i N_i}\right) \left(\frac{D_{AM}C}{Z}\right) ln\left[\frac{\frac{N_A}{\sum_i N_i} - \frac{C_{A2}}{C}}{\frac{N_A}{\sum_i N_i} - \frac{C_{A1}}{C}}\right]$$

که در اینجا بر حسب اطلاعات موجود:

$$N_B = -\frac{1}{2} N_A, N_C = -\frac{3}{2} N_A \Longrightarrow \frac{N_A}{\sum_i N_i} = \frac{N_A}{N_A - \frac{1}{2} N_A - \frac{3}{2} N_A} = -1$$

بنابراین:

$$N_A = -\left(\frac{D_{AM} C}{Z}\right) ln\left[\frac{1 + y_{A2}}{1 + y_{A1}}\right] = -\left(\frac{D_{AM} P_T}{RTZ}\right) ln\left[\frac{1 + y_{A2}}{1 + y_{A1}}\right]$$

که در اینجا دوباره از قانون گازهای ایده‌آل استفاده کرده‌ایم. حالا باید جهت انتقال جرم که نهایتاً تعیین نقاط ۱ و ۲ می‌باشد را مشخص کنیم. در اینجا به علت نفوذ B و C به Bulk گاز، نقطه دوم را سطح کاتالیست و نقطه اول را توده گاز در Z=0.1cm در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$y_{A2} = 0 \ \ (100\% \ Conversion \ of \ NH_3) \ , y_{A1} = 33.33 = 0.3333$$

توجه: غلظت نقطه ۱ باید بیشتر از نقطه ۲ باشد چرا که نفوذ (انتقال جرم) از طریق گرادیان غلظتی صورت می‌گیرد: بنابراین حالت باید ضریب نفوذ را مشخص بکنیم:

$$\frac{1}{D_{AM}} = \frac{\sum_{i=A}^{n} \frac{1}{D_{Ai}} (y_i N_A - y_A N_i)}{N_A - y_A \sum_{i=A}^{n} N_i}$$

$$= \frac{\frac{1}{D_{AA}} (y_A N_A - y_A N_A) + \frac{1}{D_{AB}} (y_B N_A - y_A N_B) + \frac{1}{D_{AC}} (y_C N_A - y_A N_C)}{N_A - y_A \left(N_A - \frac{1}{2} N_A - \frac{3}{2} N_A\right)}$$

$$\frac{1}{D_{AM}} = \frac{\frac{1}{D_{AB}}\left(y_B + \frac{1}{2}y_A\right)N_A + \frac{1}{D_{AC}}\left(y_C + \frac{3}{2}y_A\right)N_A}{(1+y_A)N_A}$$

توجه شود y_A مقادیر y_A در نقطه ۱ می‌باشد.

پس حالا با توجه به مطالب گفته شده قبلی D_{AB} و D_{AC} را محاسبه می‌کنیم و نهایتاً:

$$D_{AM} = 3.78\ \frac{ft^2}{hr}$$

محاسبه می‌شود.

$$N_A = -\ \left(\frac{(3.78)(1)}{R(273+200)(0.1)}\right) ln\left[\frac{1+0}{1+0.3333}\right] = 9.034\ \frac{lb}{ft^2.hr}$$

که این N_A را حداکثر شدت شکسته شدن NH_3 در سطح کاتالیست در 1atm و 200°C همان (Maximum Local Rate of Cracking of NH_3) (حداکثر سرعت موضعی شکست امونیاک) نامیده می‌شود.

حالا که راجع به حل مسائل مربوط به شار و شدت آن با چندین مثل مطالب را روشن‌تر کرده‌ایم، به مسئله مقایسه‌ی پدیده‌های انتقال می‌پردازیم که از آنها روابطی برای D و k (ضریب انتقال جرم) بدست آوریم.

به طور کلی در مورد پدیده‌های انتقال گفت:

Transport Phenomena (پدیده‌های انتقال)	1)Momentum (گشتاور)	$\tau = -\mu \dfrac{du}{dz}$	(گرادیان سرعت)
	2) Heat (حرارت)	$q = -K \dfrac{dT}{dz}$	(گرادیان دما)
	3) Mass (جرم)	$J = -D \dfrac{dc}{dz}$	(گرادیان غلظت) (در حالت نفوذ مولکولی)

در تمامی روابط گشتاور، حرارت و جرم علائم منفی به خاطر این است که به ترتیب سرعت، دما و غلظت همگی از جای بیشتر به جای کمتر رفته و در این شرایط از لحاظ مکانی در جهت منفی یا کم شدن z حرکت می‌کنیم. نهایتاً در تمامی روابط فوق گرادیان سرعتی، حرارتی و غلظتی داریم.

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی شیمی و نفت

انتقال جرم

ارائه: محمدکاظمینی

October 2010

نخست میبایست که μ، Kو D را از لحاظ ابعادی یکسان نماییم، یعنی:

$$\tau = -\frac{\mu}{\rho}\frac{d(\rho u)}{dZ} [=] \left\{ \left[\frac{\left(\frac{m}{L\theta}\right)}{\left(\frac{m}{L^3}\right)} \right] \left[\frac{\frac{m}{L^3}\cdot\frac{L}{\theta}}{L} \right] \right\} = \frac{m}{L\theta^2}$$

$\frac{\mu}{\rho}$: $L^2\theta^{-1}$ (m: جرم، L: طول، θ: زمان)

ρ (برای سیستم های مایع با دانسیته ثابت) با مایع نیوتنی

$$q = -\frac{K}{\rho C_p}\frac{d(\rho C_p T)}{dZ} [=] \left\{ \left[\frac{\left(\frac{W}{L.°K}\right)}{\left(\frac{m}{L^3}\right)\left(\frac{Joule}{m.°K}\right)} \right] \left[\frac{\frac{m}{L^3}\frac{Joule}{m.°K}\cdot °K}{L} \right] \right\}$$

W: Joule/sec

$\frac{K}{\rho C_p}$: $L^2\theta^{-1}$

$\rho\, C_p$

بنابراین D، $\frac{\mu}{\rho}$ و $\frac{K}{\rho C_p}$ همگی بعد $L^2\theta^{-1}$ را خواهند داشت. بنابراین از تقسیم کردن این اعداد بر یکدیگر یکسری اعداد دیگر حاصل خواهد شد که بشکل زیر میباشند:

ارتباط بین مومنتوم و جرم ← عدد اشمیت

$$\frac{\mu/\rho}{D} = \frac{\mu}{\rho D} \equiv Sc$$

ارتباط بین حرارت و جرم ← عدد لویی یا لویز

$$\frac{K/\rho C_p}{D} = \frac{\alpha}{D} \equiv Le$$

α ضریب نفوذ حرارتی Thermal Diffusivity

اعداد بدون بعد بالا میتواند رابط بین پدیده ها باشند و بطور کلی برای یکسان نمودن معادلات در پدیده های انتقال سعی میکنیم که اعداد بدون بعد را در ارتباط با آنها بدست آوریم. بنابراین:

۱) طرز بدست آوردن گروهها یا کمیتهای بدون بعد را ارایه میکنیم، سپس
۲) نحوه استفاده و بالاخره
۳) فواید آنها را مورد مطالعه قرار میدهیم.

- بطور کلی اعداد بدون بعد از تحلیل ابعادی (Dimensional Analysis) حاصل میشوند که در درس مکانیک سیالات مطرح گردیده اند. ساده ترین و ابتدایی ترین عدد بدون بعد، عدد رینولدز میباشد که بصورت $Re = \frac{\rho u D}{\mu}$ نوشته میشود.

توجه: ارجحیت استفاده از اعداد بدون بعد بدلایل زیر میباشد:

۱) تعداد متغیرهای سیستم به طرز و تعداد قابل ملاحظه ای کاهش خواهد یافت.
۲) این اعداد به نوع سیستم مورد استفاده بستگی نخواهند داشت.
۳) پدیده ها را به یکدیگر مرتبط میسازند.
٤) تا حدودی شرایط عملکرد سیستم را مشخص میسازد. مثلاً وقتی میگوییم Re=5000 در مورد جریان سیال داخل لوله است. بنابراین با جریان مغتشش Turbulent Flow سروکار داریم.
٥) برای مدلسازی و مشابه سازی ریاضی سیستم در صورتیکه معادله ای را بصورت Dimensionless درآوریم در اینصورت معادله تابع مقیاس عملکرد نخواهد بود و هم در آزمایشگاه، هم در پیلوت و هم در اشل صنعتی مورد استفاده خواهد بود.

توجه: بطور کلی دو سری اعداد بدون بعد داریم که شامل:

1) Dependent Numbers (or groups)

2) Independent Numbers (or groups)

که اگر از تحلیل اولیه ابعادی (یعنی Dimensional Analysis) یک سری اعداد بدون بعد بدست آوریم نظیر اعداد بدون بعدی که در مورد فاکتور اصطکاک (با Friction Factor) بدست می آوریم

$$f = f(\frac{\varepsilon}{d}, Re)$$

$$\varepsilon = Roughness$$

$$d = Equivalent\ lenght$$

آنها را اعداد بدون بعد مستقل یا Independent می نامیم.

در صورتیکه با انحام اعمالی بروی اعداد بدون بعد مستقل انجام داده و اعداد بدون بعد دیگر بدست آوریم، اینها را اعداد بدون بعد غیر مستقل خواهیم نامید. برای مثال:

$$Sh = (Re)(Sc^{2/3})(0.023)$$

نهایتاً فایده این اعداد انتقال نتایج تجربی بدست آمده در اشل آزمایشگاهی به اشل صنعتی می باشد.

- با اطلاع بر مطالب فوق راجع به اعداد بدون بعد برمی گردیم به محاسبه شار (یا Flux) درحالیکه انتقال از طریق چرخانه ها یا Eddyها صورت گیرد. شکل کلی معادلات ما با آنچه که برای نفوذ مولکولی بدست آوردیم تفاوتی نخواهد داشت. بنابراین برای نفوذ چرخانه ای خواهیم داشت:

$$N_A = F\,ln\left[\frac{1-\frac{C_{A2}}{C}}{1-\frac{C_{A1}}{C}}\right] \quad \frac{N_A}{\sum_i N_i} = 1$$

غیر خطی

و یا:

$$N_A = k(C_{A1} - C_{A2})$$

خطی

توجه: در مورد گازها بجای C_{A_1} و C_{A_2}، P_{A_1} و P_{A_2} استفاده میکنیم.

نکته: kو F را در معادله بالا، ضرایب انتقال جرم یا Mass Transfer Coefficient می نامند.

بنابراین کافیست برای محاسبه شار که F یا k را محاسبه کرده و آنگاه با داشتن شار، شدت انتقال جرم را بدست آوریم. پس از آنجاییکه نیروی محرکه در نقاط ۱ و ۲ برای ما مشخص می باشند با مشکل عمده ای روبرو نخواهیم بود.

توجه: معادلاتی که برای حالت نفوذ چرخانه ای (Eddy Diff.) موجود می باشند تماماً آمپریک هستند.

یادآوری: ما در هفته های گذشته مطرح کردیم که برای اقتصادی بودن فرآیند جداسازی باید از حرکت اغتشاش دار با Turbulent Flow استفاده کنیم که این عمل از طریق نفوذ چرخانه ای صورت می گیرد که این امر نشان دهنده تمایل ما برای درک بهتر این عمل است.

اگر پدیده های انتقال را تواماً مورد بررسی قرار دهیم ملاحظه خواهیم نمود که:

ضریب انتقال مولکولی $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

$$\tau = -\left(\frac{\mu}{\rho} + E_\nu\right)\frac{d(\rho u)}{dZ}$$ انتقال مومنتوم

$$q = -(\alpha + E_\alpha)\frac{d(\rho C_p T)}{dZ}$$ انتقال حرارت

$$J = -(D + E_D)\frac{dC}{dZ}$$ انتقال جرم

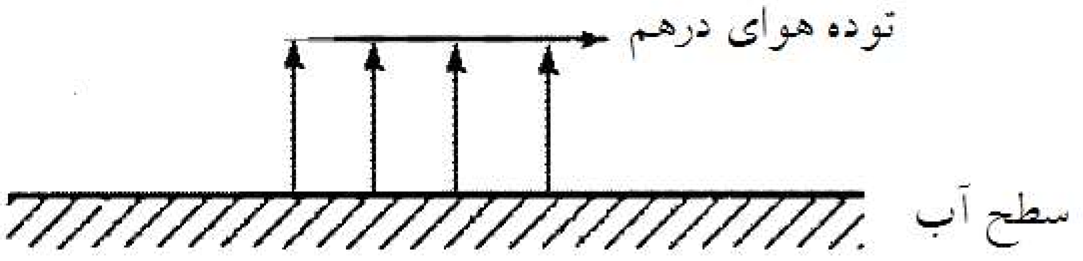
D: نفوذ مولکولی، E_D: نفوذ چرخانه ای

که موقعیتی که فقط نفوذ مولکولی یا Molecular Diffusion داشته باشیم E_ν، E_α و E_D که مربوط به Eddyها می باشند وجود نخواهد داشت و زمانیکه فقط نفوذ چرخانه ای یا Eddy Diffusion داشته باشیم ν و α و Dوجود نخواهد داشت. بنابراین در حالت نفوذ مولکولی چرخانه ها حذف شده و بالعکس. اما در حالت کلی که هر دو وجود داشته باشند نظیر حالتی که توده هوا بصورت درهم (یا مغتشش) از روی سطح آب عبور می نماید آنگاه اثرات هر دو نوع نفوذ وجود خواهند داشت که در چنین حالتی دو ناحیه:

ناحیه نفوذ مولکولی — Molecular Diffusion Zone

ناحیه نفوذ چرخانه ای — Eddy Diffusion Zone

خواهیم داشت و از آنجا که تغییر وضعیت نیز بصورت ناگهانی صورت نمی گیرد یک منطقه واسطه تحت عنوان ناحیه انتقال (Transition Zone) نیز موجود خواهد بود یعنی:



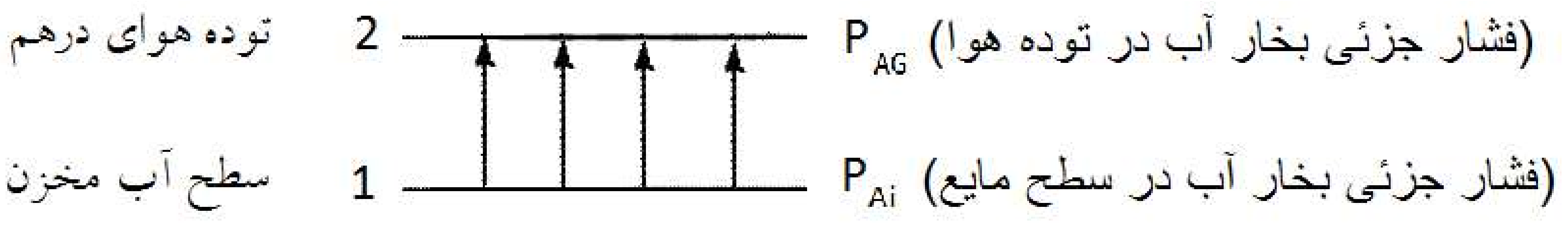
و یا سیالی که در خط لوله ای جریان دارد و از جداره لوله نیز انتقالی به داخل آن صورت میگیرد در این حالت در جداره ها نفوذ مولکولی (Eddy Diffusion) خواهیم داشت و ناحیه انتقال (Transition) نیز حد مابین این دو ناحیه خواهد بود.

توجه: ملاحظه می شود که در حالت کلی بررسی جریان درهم، اثرات حالت آرام را نمی توان نادیده گرفت زیرا Eddyها خود از تعدادی مولکول تشکیل شده اند که در داخل خود این گردابها یا چرخانه ها نفوذ مولکولی مطرح است. پس از اینجاست که به اهمیت محاسبه D پی می بریم.

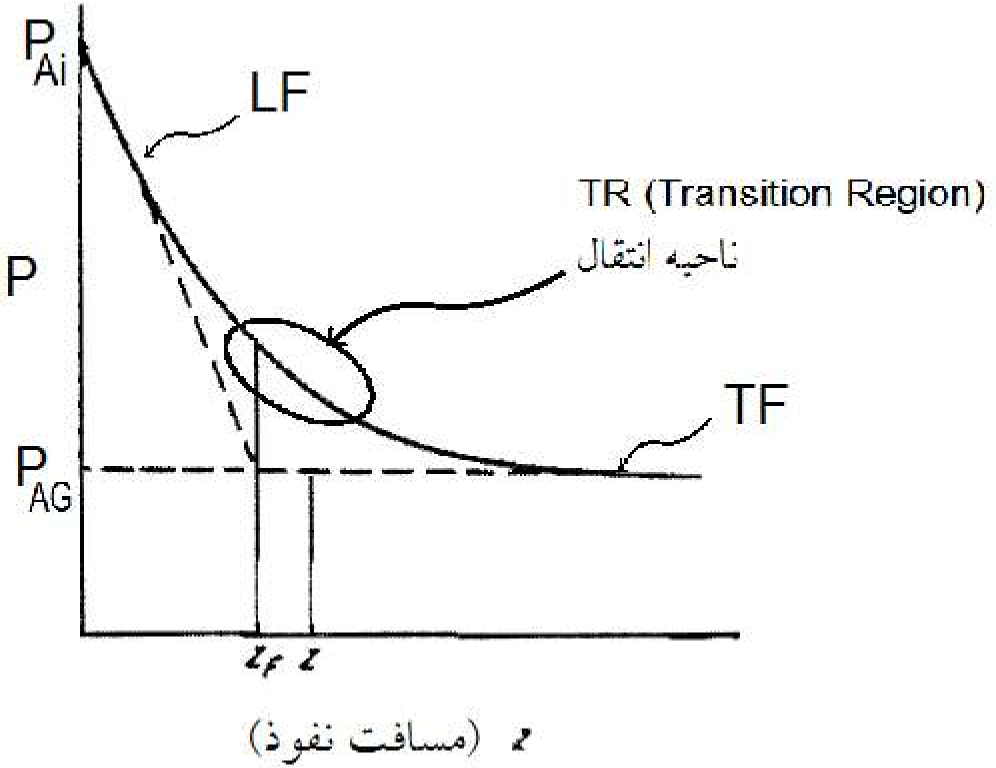
- حالا باید ببینیم که وابستگی D(ضریب نفوذ) با Fو K (ضرایب انتقال جرم) یعنی Mass Transfer Coeff.'s به چه صورتی می باشد

در این مورد تئوری های متفاوتی وجود دارند که یکی ار آنها Film Theory (تئوری لایه فیلمی) می باشد. اما قبل از بیان این تئوری دو آزمایش تجربی را مطرح می کنیم.

۱) انتقال بخار از آب یک مخزن به توده هوا را که بصورت درهم یا مغتشش در بالای آن جریان دارد در نظر میگیریم.

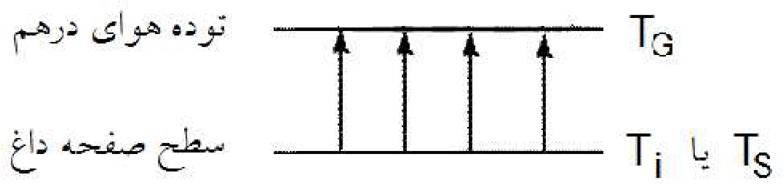


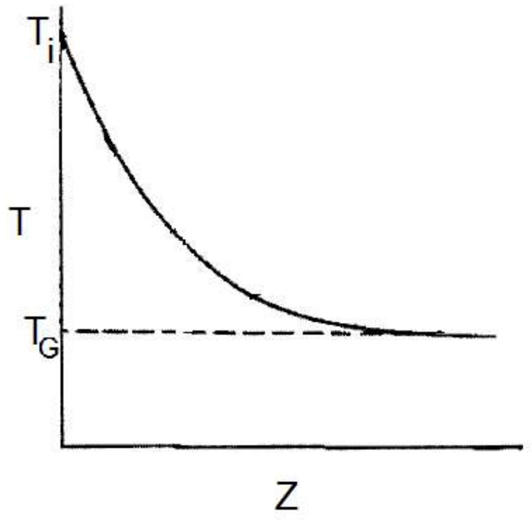
حالا اگر پروفایلی را که از طریق تجربی حاصل می شود رسم بکنیم خواهیم داشت:



همانطور که ملاحظه میشود بالاترین غلظت در سطح آب موجود است که منحنی در ابتدا حالت خطی داشته و سپس انحنا پیدا میکند.

۲) در آزمایش دوم همین عمل را تکرار کرده منتها بجای مخزن آب از یک سطح داغ استفاده می کنیم. یعنی جریان توده هوای درهم را از روی یک صفحه داغ عبور می دهیم و سپس پروفایل تجربی Z در مقابل T را رسم می کنیم که نتیجه می دهد:



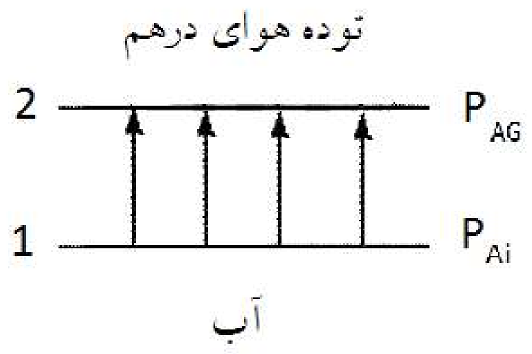


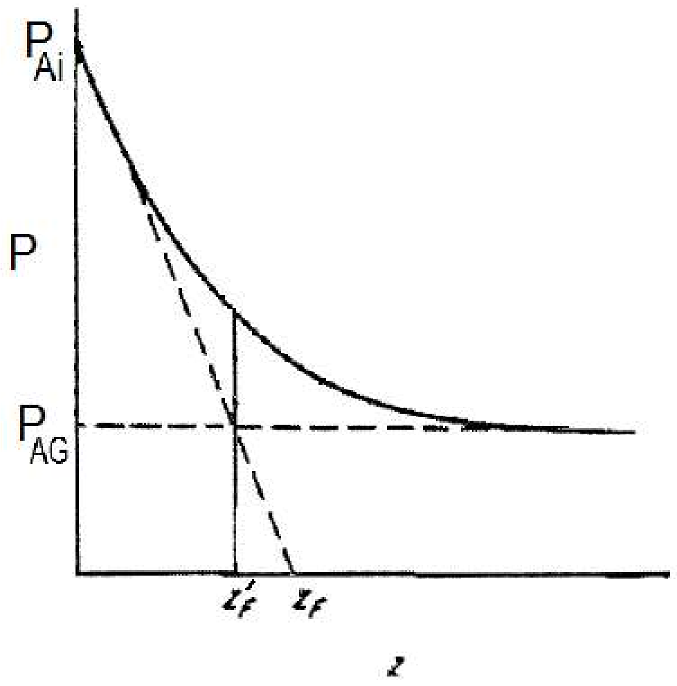
در این حالت نیز بیشترین درجه حرارت را در سطح داغ داریم.

توجه: لازم به توضیح است که اندازه گیری دقیق غلظت و یا دما در سطح مشترک بین هوا با آب و یا صحه داغ کار بسیار مشکلی میباشد و مستلزم وجود دستگاههای بسیار دقیق اندازه گیری خواهد بود.

توجه: از مقایسه دو پروفایل رسم شده در آزمایشهای بالا نتیجه می گیریم که مکانیزم اعمال انتقال جرم و انتقال حرارت در حالات درهم با Turbulent مشابه میباشند.

- Film Theory (تئوری لایه نازک فیلمی) میگوید میتوانیم روابط مشابه روابط بدست آمده در حالت نفوذ مولکولی را در مورد نفوذ چرخانه ای قبول کنیم و فقط ضرایب را F یا K در نظر میگیریم و در ضمن دقت داشته باشیم که در اینحالت z ما با حالت Molecular تفاوت خواهد داشت. یعنی z به نحو دیگری وارد فاکتور F خواهد شد که آنرا با موثر ضخامت آنرا اصطلاحاً و میدهیم نمایش z'_F لایه فیلم (یا Effective Film Thickness) می نامیم. البته این مطلب یک فرضیه است و تا زمانیکه نقض نشود به قوت خود باقی می ماند. علت اینکه این تئوری می گوید که z با حالت نفوذ مولکولی متفاوت است این است که اگر انتقال از نوع نفوذ مولکولی بود، بدلیل جریان آرام سیال (یا Laminar Flow) پروفایل ما بصورت خطی ادامه پیدا میکرد و هیچوقت انحنادار نمی شد، یعنی:





توجه: در Film Theory گفته میشود که F یا k با توان 0.8 تا 1.0 با D متناسب میباشد. یعنی:

$$(k \text{ یا } F) \propto D^{0.8 \text{ تا } 1}$$

پس سعی ما بر این است که ضرایب انتقال جرم F یا k را

۱) از طریق تجربی

۲) و در قالب اعداد بدون بعد

تعیین نمائیم تا بتوانیم در اشل های مختلف آزمایشگاهی و صنعتی از آنها استفاده نمائیم. بنابراین،

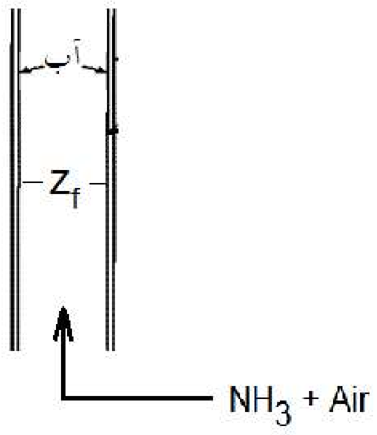
۱) ابتدا سعی میکنیم که حالات مختلف انتقال جرم را که با آنها در عمل سروکار داریم تشخیص دهیم و

۲) سپس در آزمایشگاه نمونه های کوچک این نوع سیستمها را تهیه نموده و از طریق تجربی روابطی بدون بعد را ارائه دهیم. ضمناً گاهی لازم می آید که روابط تئوری را نیز با توجه به نتایج تجربی کنترل نمائیم (به بیان دیگر روابط آمپریک بدست آوریم)

حالات مختلف انتقال جرم که با آنها سروکار داریم عبارتند از:

۱) حرکت سیال در داخل خط لوله (و یا Inside circular Pipes)

این مطلب بیشتر در مورد ستونهای جذب کاربرد دارد. برای مثال موقعی که مخلوط هوا و آمونیاک وارد ستون جذب شده و آب به عنوان جاذب از روی (بالا ← پایین) دیواره ستون جریان دارد و آمونیاک را جذب میکند، نوعی حرکت سیال داخل مجرای دایره ای (Inside circular Pipe) محسوب میگردد.

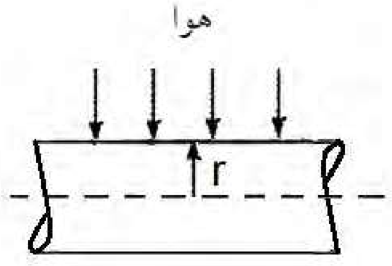


۲) حرکت سیال از روی سطوح صاف

این همان حالت بود که آب در داخل مخزن به داخل توده هوای درهم که بالای مخزن بود نفوذ میکرد. به بیان دیگر انتقال سیال از سطحی تقریباً صاف به سطحی که سیال دیگری به موازات سطح آن در حال حرکت بود صورت میگرفت.

۳) انتقال جرم و یا حرارت در خارج لوله

این همان حرکت سیال در خارج خط لوله و در جهت عمود بر محور آن. برای مثال اگر سطح لوله خیس باشد و هوا بصورت عمود بر محور خط لوله به منظور خشک نمودن سطح آن جریان داشته باشد.

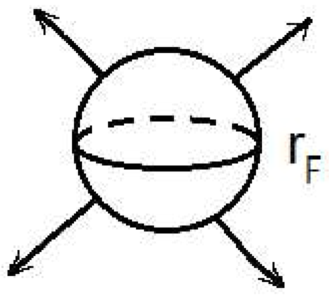


خشک کردن شیرینی و میوه جات

٤) حرکت سیال از روی ذرات کروی

اگر سیال بطور Turbulent (یا مغتشش) از روی ذرات قابل حل شدن کروی عبور داده شود مسلماً انتقال از روی ذره کروی به سیال انجام خواهد شد.

مثال: تصعید نفتالین



٥) حرکت سیال از روی ستونهای پر شده (یا Packed Bed)

در این مورد بیشتر توضیح خواهیم داد.

- حالا میخواهیم ضریب انتقال جرم را در مورد ٥ حالت بالا بصورت معادلات بدون بعد ارائه دهیم.

1) برای حرکت سیال در داخل خط لوله

معادله ای که برای تخمین ضریب انتقال جرم در این مورد ارائه شده است بصورت زیر میباشد:

$$Sh_{avg} = 0.023Re^{0.83}Sc^{1/3}$$

که در اینجا:

Sh: عدد شروود

Re: عدد رینولدز $\left({}^{\rho uD}/_{\mu}\right)$

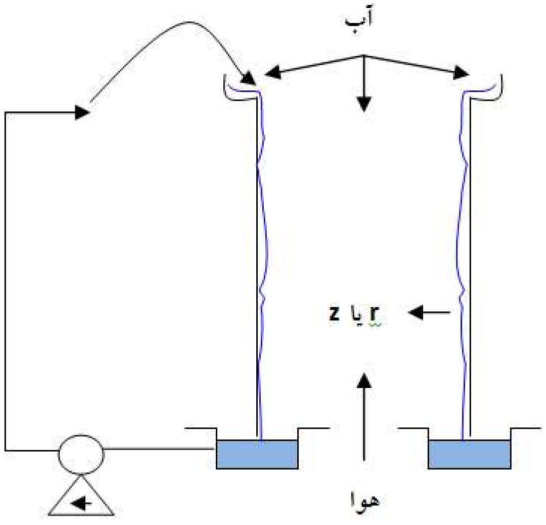
Sc: عدد اشمیت $\left({}^{\mu}/_{\rho D}\right)$

همانطور که ملاحظه میشود معادله بدون بعد فوق از سه عدد بدون بعد تشکیل شده است که توجه میشود که عدد Sh خود حاوی ضریب انتقال جرم یعنی F یا k می باشد و به جرات میتوان گفت این عدد مهمترین عدد در رابطه با انتقال جرم میباشد.

همانطور که گفته شد از حاصل ضرب نیروی محرکه و ضریب انتقال جرم مقدار شار حاصل خواهد شد که بوسیله آن قادر به تعیین شدت انتقال جرم خواهیم بود. یعنی:

$$N_A = k\Delta C$$

رابطه فوق از دستگاهی به نام برج جداره مرطوب (Wetted Wall Column) استفاده شده است. همانطور که ملاحظه میشود در این سیستم میتوان کمیت (۱) دما، (۲) ویسکوزیته، (۳) سرعت سیال، (٤) قطر لوله و نتیجتاً ارتفاع برج و غیره را تغییر داده و اثرات آنها را بررسی نمود. در ساده ترین آزمایش با این دستگاه پدیده انتقال جرم دو سیال آب و هوا را بررسی میکنیم.



هوا: B و آب: A

1) اگر هوای ورودی خشک باشد در اثر تماس با آب بصورت هوای مرطوب در خواهد آمد و

2) اگر پایدار (یا Steady State) باشد یعنی تجمع نداشته باشیم، با داشتن Rate (سرعت یا شدت) هوای خشک ورودی و Rate هوای مرطوب خروجی قادر به تعیین مقدار یا میزان آب جذب شده خواهیم بود. به بیان دیگر:

$\dot{m}_B$ (هوای مرطوب خروجی gm/min) = $\dot{m}_B$ (هوای خشک ورودی gm/min) + $\dot{m}_A$ (آب جذب شده gm/min) + تجمع آب در سیستم → 0

$\dot{m}_A$: شدت انتقال جرم

بنابراین اگر $\frac{gr}{min}$ آب جذب شده را به $\frac{gmol}{min}$ آن تبدیل کرده (با استفاده از جرم مولکولی آب) و نهایتاً بعد از تقسیم به مقدار سطح انتقال، شار آب را بدست می آوریم. پس چ.م کی توان شار را تعیین کنیم بنابراین، توسط آن قادر به تعیین یا تخمین ضریب انتقال جرم نیز می باشیم. به بیان دیگر:

$$\dot{m}_A \left(\frac{gm}{min}\ \text{آب جذب‌شده}\right)\left(\frac{1}{M_{\text{آب}}}\right)\left(\frac{1}{A_{\text{انتقال}}}\right) = N_{\text{آب}}$$

$$\Delta P_{avg} = P_{A_1} - P_{A_2} = P_A\Big|_{\text{فصل مشترک}} - P_A\Big|_{\text{مرکز برج یا ورودی به برج}}$$

$$N_{\text{آب}} = k_{avg}\Delta P_{avg}$$

که در اینجا به دلیل آنکه انتقال جرم به توده هوا صورت میگیرد پس نیروی محرکه (یا Driving Force) اختلاف غلظت (فشار بخار آب) بین دیواره و توده هوا خواهد بود و نهایتاً در چنین سیستمی نیروی محرکه در طول ستون تغییر میکند، مقادیر متوسط ΔP_{avg} و k_{avg} به ترتیب استفاده شده و محاسبه میگردد. البته k در طول ستون در صورت ثابت بودن خصوصیات ترموفیزیکی سیستم، ثابت خواهد بود.

- حالا میتوانیم

1) با تغییر دادن پارامترهای مختلف از قبیل نوع سیال، دما، ویسکوزیته، سرعت و قطر لوله و غیره در این دستگاه تاثیر این پارامترها را بروی ضریب انتقال جرم مطالعه نماییم و سپس

2) با انجام تحلیل ابعادی روی این متغیرها و کاهش دادن تعداد آنها در غالب اعداد بدون بعد روابط تئوری را ارایه دهیم که در اینجا بطور کلی یک چنین معادله ای را خواهیم داشت:

Re = ثابت
$= ASc^c$

Re = متغیر
$= aRe^bSc^c$

$Sh = aRe^bSc^c$

نخست در محدوده ای که Re ثابت باشد، C را بدست می آوریم، سپس در محدوده Re متغیر، b و a را محاسیه می کنیم

$$\log(Sh) = [\log(a) + b\ log(Re)] + c\ log(Sc)$$

حالا اگر log(Sh) را بر حسب log(Sc) رسم کنیم و log(Re) (یا Re) را ثابت بگیریم قادر خواهیم بود که ضریب c را به عنوان شیب خط (Slope) و عرض از مبدا (Intercept) ما، [log a + b log (Re)] خواهد بود. حالا اگر Re نیز متغیر باشد، بصورت یک Polynomial Fit، ضرایب a، b و c را پیدا کنیم.

بنابراین [الگوریتم حل مسئله] ___ بدست آوردن یک رابطه آمپریک برای تعیین ضریب انتقال جرم:

❖ بنابراین بطور کلی ما خواهیم داشت (مراحل کار):

1) ساخت و یا کار با دستگاه Wetted Wall Column
2) بررسی اثرات متغیرهای مختلف (دما، ویسکوزینه، قطر لوله و غیره) بروی ضریب انتقال جرم
3) تحلیل ابعادی و رسیدن به یک معادله بدون بعد کلی
4) تعیین ضرایب و توانهای a، b، c و غیره بطور تجربی
5) تعیین ضریب انتقال جرم

بنابراین، k را در شرایط عملکرد مختلف محاسبه میکنیم.

نکته: بنابراین، از آنجا که طرفین رابطه بدست آمده بدون بعد (Dimensionless) میباشد لذا

1) در هر سیستمی میتوان ار آن استفاده نمود و ضمناً رابطه بدست آمده
2) به اندازه دستگاه نیز بستگی نخواهد داشت یعنی با اطمینان کافی میتوان نتایج حاصله در آزمایشگاه را در اشل صنعتی مورد استفاده قرار داد و بالعکس.

توجه:

1) جدول صفحه ۱۰۸ کتاب Treybal اعداد بدون بعد را در مورد انتقال جرم و معادله های آنها در انتقال حرارت را در اختیار ما قرار می دهد.
2) همانطور که از جدول فوق مشاهده میشود با رسیدن به هر یک از اعداد بدون بعد Sh، St (Stanton) و یا J'_D قادر به تعیین F و یا k خواهیم بود.
3) لازم به ذکر است در هریک از اعداد ارائه شده در این جدول که پارامتر L یا طول مشخصه وجود دارد بایستی که ضخامت یا طول لایه موثر (effective length) را به شکل صحیح استفاده کنیم.

a. در جریان سیال در داخل لوله منظور از L همان ID (Inner Diameter یا قطر داخلی) می باشد.

b. در جریان از خارج و عمود بر لوله، منظور از L همان OD (Outter Diameter یا قطرخارجی) می باشد.

c. در مورد یک ذره کروی منظور از L همان قطر ذره یا dp (Particle Diameter یا قطر ذره) می باشد.

d. برای یک سطح غیر کروی، سطح ذره را به طور تجربی حساب کرده و مساوی سطح یک ذره غیر کروی قرار می دهیم و نتیجتا از آن dp_{eq} (Equivalent diameter of particle یا قطر معادل) را محاسبه می کنیم.در این قسمت (چون $min = \Delta G_{sphere}$)، دلیلی که سطح را برابر با سطح کره قرار می دهیم این است که در انتقال جرم با تغییر سطح ، میزان انتقال نیز تغییر خواهد کرد، پس یک قطر معادل انتخاب می کنیم و نهایتا تغییرات در تمامی جهات ، به یک مقدار است.

توجه: حال به بحث پیرامون ستون های آکنده یا پرشده می پردازیم.

- ✓ علت استفاده از این ستون ها این است که اگر در یک حجم معین، سطح انتقال جرم را به میزان زیادی افزایش دهیم، شدت انتقال جرم افزایش می یابد. مثلا جهت انتقال جرم برای سیستم های زیر از راست به چپ است:

۱.کلوخه سنگ نمک در آب ← ۲.خرد کردن کلوخه ← ۳.پودر کردن آن ← ٤.ریز کردن اندازه دانه‌های پودر توسط الک ← ۵.استفاده از همزن

- ✓ جهت افزایش انتقال جرم (افزایش سطح تماس) ←

- ✓ اولین ذره که به عنوان پرکن یا آکنده قرار گرفت، یک ذره کروی بود ولی بعدها مشخص شد که ذرات با اشکال دیگر نظیر استوانه های تو خالی یا حلقوی که به آن ها Ring گفته می شود. به مراتب بهتر از ذرات کروی عمل می نمایند ونتیجتا، امروزه با پرکن های متنوع با اشکال مختلفی رو به رو خواهیم بود.

توجه: در ستون های پر شده دو عامل حائز اهمیت می باشند که عبارتند از:

1) سطح تماس به ازای واحد حجم ستون (یا a) (cm^2/cm^3)

2) حجم خالی یا تهی ستون (یا ε) که Fractional Void Volume نیز گفته می شود و به شکل زیر تعریف می شود:

$$\varepsilon = \frac{\text{حجم ستون خالی}}{\text{حجم کل ستون}}$$

همان طور که می بینیم ε کمیتی بی بعد است. برای مثال اگر گفته شود که در یک ستون پرشده $\varepsilon = ٤$ باشد، فضای خالی ستون ٪٤٠ است.

- عموما ستون ها را به دو صورت **منظم** و **نامنظم** پر می کنند و از روی وزن یک یا چند پرکن و وزن کل آن ها، **تعدادشان** و از آنجا **سطح تماس** را تعیین می کنند.
- پر کردن ستون به صورت منظم، مستلزم استفاده از نوع خاصی پرکن می باشد که بایستی در داخل ستون چیده شوند و یا در اشل آزمایشگاهی صورت گیرد.

توجه: اصولاً پرکن ها را طوری انتخاب می‌کنند که در حلال حل نشوند و نتیجتا حالت ترکیبی نداشته و فقط سطح تماس را افزایش دهند.

مثال ۵: ضریب انتقال جرم و ضخامت لایه موثر را برای جذب آمونیاک از هوا توسط محلول ۲نرمال سولفوریک اسید در یک برج جداره مرطوب پیدا کنید. شرایط موجود به قرار زیر است:

1) شدت جریان هوا (هوای خالص) : ۴۰.۱ grm/min
2) فشار جزئی متوسط گاز آمونیاک در هوا : ۳۰.۸ mmHg
3) فشار کل : ۱ atm
4) درجه حرارت متوسط گاز : ۲۵ درجه سانتیگراد
5) درجه حرارت متوسط مایع : ۲۵ درجه سانتیگراد
6) سطح انتقال : ۱۴٦ سانتی‌متر مربع (r^{ID} برج = ٥cm)

در این جا فرض بر این است که جذب آمونیاک توسط اسید سولفوریک تحت شرایط فوق صورت می گیرد، فشار جزئی آمونیاک در فصل مشترک برابر با صفر و مقاومت در قبال انتقال جرم تماما در فاز گاز می‌باشد. لازم به ذکر است که این شرایط آزمایشی (Chambers) و شروود می باشد که در آن ١٦.٦ = z_F/d تعیین شده است.

توضیح: گفته شد که مقاومت در قبال انتقال جرم ، تماما در فاز گاز می باشد. این به آن معناست که به محض اینکه آمونیاک به سطح مشترک می رسد، جذب می شود و به همین دلیل غلظت آمونیاک در فصل مشترک صفر خواهد بود.

بنابراین غلظت آمونیاک به شکل زیر محاسبه می شود:

بنابراین غلظت آمونیاک به شکل زیر محاسبه می شود:

$$y_{A1} = y_{NH_3} = \frac{30.8}{760} = 0.041 \; \frac{\text{مول } NH_3}{\text{مول کل}}$$

$$\frac{y_{A1}}{1 - y_{A1}} = \frac{y_{A1}}{y_{B1}}$$

$$\frac{y_{NH_3}}{y_{Pure\ Air}} = \frac{\frac{30.8}{760}}{\frac{760 - 30.8}{760}} = 0.042 \; \frac{\text{مول } NH_3}{\text{مول هوا}}$$

$$y_{B1} = 1 - y_{A1} = 0.959$$

از طرفی مول هوای خالص خواهد بود:

$$\frac{\text{مول هوای خالص}}{min} = 41.4 \frac{gr}{min} \times \frac{1\ mole}{29\ gr} = 1.427 \frac{mole}{min}$$

بنابراین تعداد مول های آمونیاک در بازه زمان (شدت انتقال جرم) خواهد بود:

$$\text{مول آمونیاک در دقیقه} = \frac{\text{مول هوای خالص}}{min} \times \frac{y_{NH_3}}{y_{Pure\ Air}}$$

$$\text{شدت مولی انتقال آمونیاک} = 0.042 \times 1.427 = 0.06 \frac{\text{مول } NH_3}{min}$$

نوع انتقال جرم داخل لوله استوانه ای (Inside Circular Pipe) می باشد، یعنی:

$$Sh_{avg} = 0.023 Re^{0.83} Sc^{1/3}$$

$$\rho u = \frac{\sum_J y_{J1} MW_J}{\sum_J y_{J1}}$$

بنابراین می بایستی که Re و Sc را مشخص کنیم که به صورت زیر انجام می سود:

$$Re = \frac{(\rho u)(ID)}{\mu}$$

سرعت شار جرمی $= Mass\ Rate\ of\ Flux = G = \rho u$ مجهول. u معلوم, ρ

برای تعیین μ بهترین راه، استفاده از نمودار می باشد. اگر هوا رقیق باشد، یعنی غلظت آمونیاک درهوا کم باشد، می توان μ را مساوی μ هوای خالص در نظر گرفت. از طرفی:

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D}$$

$$\mu = \sum_J y_{J1}\mu_J \Big/ \sum_J y_{J1}$$

در فشار کل سیستم (۱ اتمسفر) قانون گازهای کامل یا ایده آل صادق می باشد. یعنی:

$$P_T V = nRT$$

$$P_T = \frac{n}{V}RT = \frac{\rho}{M_{avg}}RT \rightarrow \rho = \frac{P_T M_{avg}}{RT}$$

M_{avg}: توجه شود به دلیل نداشتن مقاومت در برابر انتقال جرم در مایع، توده گاز را مد نظر قرار می دهیم.

$$M_{avg} = y_{NH_3}M_{NH_3} + y_{Pure\ Air}M_{Pure\ Air} = \frac{\sum_i y_i M_i}{\sum_i y_i} = \frac{\sum_i y_{ij} M_i}{\sum_i y_{ij}} \cong \sum_i y_{ij}M_i$$

$$\rightarrow M_{avg} = (0.041)(17) + (1 - 0.041)(29) = 28.51\ {}^{gm}\!/_{gmole}$$

توجه شود که در اینجا مولکول های آمونیاک از میان مولکول های هوا در فاز گاز عبور کرده و در سطح مشترک جذب می شوند. پس می بایستی که $D_{NH3\text{-}Air}$ را تعیین کنیم (از طریق W-L) و از آنجا عدد Sc را به دست آوریم. نهایتا با داشتن عددهای Re و Sc عدد Sh را محاسبه می کنیم:

$$Sh = \frac{FL_{eff}}{CD_{Ab}} = \frac{k_G P_{BM} RT L_{eff}}{P_T D_{AB}}$$

$$F = k_G P_{BM}$$

$$P_{BM} = \frac{P_{B2} - P_{B1}}{ln\left(P_{B2}/P_{B1}\right)} \longrightarrow$$ میانگین لگاریتمی

$$P_{B1} = P_T - P_{A1} \qquad P_{B2} = P_T - P_{A2}$$

در صورتی که نیروی محرکه (mole fraction) بدون بعد باشد، F و k از لحاظ ابعادی یکسان خواهد بود.

$$F[=]\frac{\text{مول}}{\text{سطح انتقال} \times \text{زمان}} \qquad N_A = Fln\left[\frac{1 - C_{A2}/C}{1 - C_{A1}/C}\right]$$

$$k[=]\frac{\text{مول}}{\text{نیرو محرکه غلظت} \times \text{سطح انتقال} \times \text{زمان}} = \frac{N_A}{\Delta C_A}$$

توجه: اگر نیروی محرکه را برای گازها فشار در نظر بگیریم، آنگاه واحد فشار در بعد k پیدا خواهد شد.

بنابراین نهایتا L که ضخامت لایه موثر می باشد را از معادله پایین برای عدد شروود به دست می آوریم. با محاسبه k_G به صورت زیر:

$$N_A = F\ln\left[\frac{1 - C_{A2}/C}{1 - C_{A1}/C}\right]$$

$$\left.\begin{array}{l} C_{A2} = \dfrac{P_{A2}}{RT},\ C_{A1} = \dfrac{P_{A1}}{RT} \\ C = \dfrac{P_T}{RT} \end{array}\right\} \leftrightarrow \begin{cases} P_{A2} = y_{A2}P_T \\ P_{A1} = y_{A1}P_T \end{cases}$$

نهایتا N_A را از شدت انتقال جرم به دست آورده و پس از آن F و L را به دست می آوریم و بالاخره از $Sh(k_G,L)$، k_G را به دست آورده و مساله خاتمه می یابد.

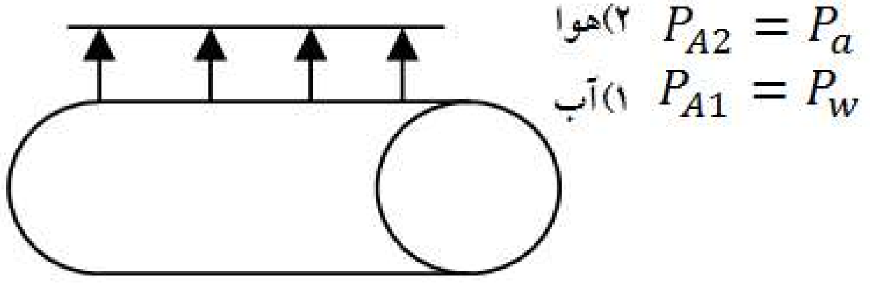
توجه: در صورت امکان اعداد را با ذکر واحد نوشته تا ابعاد ترم های مشابه حذف شده و مانع وقوع اشتباه شوند.

مثال ٦: در آزمایش هایی که توسط Powell انجام شده است، در ۲۵ درجه سانتیگراد و فشار ۱ اتمسفر، تبخیر آب از سطح خارجی یک استوانه به درون جریانی از هوا، که در جهت موازی با محور استوانه در حرکت بوده است، اندازه گیری شده است. نتایج اندازه گیری ها به صورت زیر است:

$$\frac{WL}{P_w - P_a} = 3.17 \times 10^{-8}(uL)^{0.8}$$

که در آن W: شدت تبخیر آب برحسب $gr/cm^2.s$ ، P_a: فشار جزئی بخار آب در توده هوا (mmHg)، P_w : فشار جزئی بخار آب در درجه حرارت فصل مشترک آب و هوا (mmHg)، u : سرعت هوا برحسب cm/s و L : طول استوانه برحسب cm می باشد.چنانچه Re_L عدد رینولدزی باشد که در آن طول استوانه به عنوان طول مشخصه به کار می رود، رابطه فوق را به صورت $J_D=\Psi(Re_L)$ درآورید.

- این مسئله نشان می دهد که چگونه از روی کارهای **تجربی** می توان به معادلاتی برای بدست آوردن **ضریب انتقال** جرم رسید.



برای شرایط موجود از جدول بدون بعد داریم:

$$J_D = St.Sc^{2/3}$$

$$St \equiv \frac{Sh}{Re\,Sc} \equiv \text{عدد استنتن}$$

$$Sh = \frac{k_G P_{BM} RT L_{eff}}{P_T D_{AB}} = \frac{F L_{eff}}{C D_{AB}}$$

$$\xrightarrow{L=L_{eff}} J_D = \frac{Sh}{Re\,Sc}.Sc^{2/3} = \frac{Sh}{Re\,Sc^{1/3}} = \frac{k_G P_{BM} RT L_{eff}}{P_T D_{AB}} \frac{1}{Re\,Sc^{1/3}}$$

برای موقعی که طول استوانه خیلی کم باشد.

حالا که $J_D=J_D(Sh)$ است، می دانیم که اگر **w** را بر **جرم ملکولی** آب تقسیم کنیم، شار مولی را به دست خواهیم آورد و از تقسیم نتیجه حاصل بر $P_w - P_a = \Delta P$ نسبت شار بر نیروی محرکه (غلظت)، یعنی ضریب انتقال جرم (k)، حاصل خواهد شد که با داشتن آن می توان J_D را برحسب تابعی تنها از عدد Re بدست آورد.بنابراین:

$$N_A = k_G \Delta P \rightarrow k_G = \frac{N_A}{\Delta P}$$

که در اینجا:

$$N_A = \frac{W}{18.012}$$

بنابراین فرمول تجربی ما خواهد بود:

$$\frac{(18.012N_A)L}{\Delta P} = 3.17 \times 10^{-8}(uL)^{0.8}$$

یا اینکه:

$$18.012k_G L = 3.17 \times 10^{-8}(uL)^{0.8}$$

$$k_G = \frac{3.17 \times 10^{-8}}{18.012}\frac{(uL)^{0.8}}{L}$$

اما:

$$J_D = \frac{k_G P_{BM} RTL_{eff}}{P_T D_{AB}}\frac{1}{Re\,Sc^{1/3}}$$

$$= \left[\left(\frac{3.17 \times 10^{-8}}{18.012}\frac{(uL)^{0.8}}{L}\right)\left(\frac{P_{BM}RTL_{eff}}{P_T D_{AB}}\right)\frac{1}{Re\,Sc^{1/3}}\right]$$

$$\therefore J_D = \frac{3.17 \times 10^{-8}}{18.012}(uL)^{0.8}\frac{P_{BM}RT}{P_T D_{AB}}\frac{1}{Re\,Sc^{1/3}}$$

حال بایستی P_{BM} ، D_{AB} و Sc را به نحوی در رابطه فوق جایگزین کرد.

$$P_{B2} = P_T - P_{A2}$$

$$P_{B1} = P_T - P_{A1}$$

$$P_{BM} = \frac{P_{B2} - P_{B1}}{ln\left(P_{B2}/P_{B1}\right)}$$

$\mathbf{P_{A1}}$ و $\mathbf{P_{A2}}$ در اینجا همان $\mathbf{P_w}$ و $\mathbf{P_a}$ می باشند، که دما تاثیر زیادی روی آن ها دارد. ما باید P_w را در دمای سطح از جداول استخراج کنیم. **البته** برای برخی مواد می توان از P_a در مقابل P_w صرف نظر کرد، مشروط بر اینکه اختلافشان زیاد باشد. بنابراین:

$$P_A = \text{فشار در دمای سطح} \rightarrow P_w = 23.75\ mmHg, P_a \cong 0$$

بنابراین:

$$P_{B2} = P_T - P_{A1} = 760 - 23.75 = 736.25\ mmHg$$

$$P_{B1} = P_T - P_{A2} = 760 - 0 = 760.00\ mmHg$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$P_{BM} = 0.934\ mmHg = \frac{736.25 - 760.00}{ln\left(\frac{736.25}{760.00}\right)}$$

در اینجا در دمای ۲۵ درجه سانتیگراد و فشار ۱ اتمسفر بخار اب در هوا نفوذ می کند، پس بایستی که $D_{H2O\text{-}air}$ را محاسبه نمود:

$$D_{AB} = 0.259\ {cm^2}/{sec}$$

از طرفی داریم:

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}}$$

μ و ρ ($(P_T.M_{avg})/RT$) ویسکوزیته و دانسیته هوا می‌باشند. بنابراین ۰.٦ = Sc (هوا رقیق در بخار آب) پس خواهیم داشت:

$$J_D = \alpha \frac{(uL)^{0.8}}{Re_L}$$

که α یک مقدار ثابت (حدود ۰.۰۳۲۵) می باشد و از طرفی می دانیم که:

$$Re_L = \frac{\rho u L}{\mu}$$

بنابراین می توان J_D را به شکل زیر نوشت:

$$J_D = \alpha \frac{(uL)^{0.8}}{Re_L} \left(\frac{\rho}{\mu}\right)^{0.8} \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{0.8}$$

$$= \alpha \frac{{Re_L}^{0.8}}{Re_L} \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{0.8} = 0.0325{Re_L}^{-0.20} \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{0.8}$$

$$\therefore J'_D = \alpha' {Re_L}^{-0.20} \qquad \alpha' = 0.0325 \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{0.8}$$

ملاحظه می شود که استوانه ها را می توان مانند یک سطح صاف در نظر گرفت که حالت **دو صفحه موازی** را دارند (زمانی که راجع به Aspect Ratio صحبت می کنیم).

مثال ۷: شدت تبخیر آب را از یک مخزن ۱ft × ۱ft بدست آورید. هوا به موازات سطح با سرعت ft/s ۱۰ = u از روی سطح می گذرد. دمای سطح ۹۰ درجه فارنهایت و دمای توده هوا ۱۴۰ درجه فارنهایت می باشد. فشار جزئی بخار آب در توده هوا ۰.۰۳۱۵atm ، فشار بخار اشباع آب در فصل مشترک ۰.۰۴۷۵ atm است و فشار کل سیستم ۱ atm است.

حالت فیزیکی سیستم به شکل زیر است:

توده هوا $P_{A2} = 0.0315atm \rightarrow 140^oF$

که در اینجا نیروی محرکه اختلاف فشار است.

سطح مخزن $P_{A1} = 0.0475atm \rightarrow 90^oF$

هدف: اگر k را حساب کنیم، آنگاه از ضرب کردن آن در ΔP شار و از آنجا شدت انتقال جرم بدست خواهد آمد. پس:

$$N_A = k_G \Delta P$$

حال ببینیم که ضریب انتقال جرم را چگونه می توان محاسبه کرد:

$Re_x < 80{,}000$ برای $\rightarrow J_H = J_D = 0.664 Re_x^{-0.5}$

$Re_x > 500{,}000$ برای $\rightarrow J_H = J_D = 0.035 Re_x^{-0.2}$

بنابراین اگر ۵۰۰۰۰۰ ≥ Re ≥ ۸۰۰۰۰ باشد، آنگاه از هر دو رابطه استفاده می کنیم و معدل می گیریم:

$$Re_x = \frac{\rho u x}{\mu}$$

اما ρ را عموما می‌توان از قانون گازهای کامل به دست آورد، چون که فشار atm ۱ است.

$$\rho = \frac{P_T M_{avg}}{RT}$$

در هوا مقداری بخار آب وجود دارد که بایستی در محاسبه M_{avg} در نظر گرفته شود. بنابراین:

$$\frac{\sum_i y_i M_i}{\sum_i y_i} = M_{avg} = \frac{0.0315\ atm}{1\ atm}(18.02) + \frac{(1-0.0315)\ atm}{1\ atm}(29) = 28.7\ \frac{gm}{mole}$$

بنابراین:

$$\rho = \frac{1\ atm \times 28.7\ \frac{gm}{mole}}{(0.729)(460+140)°R} = 0.065\ {}^{lb}/_{ft^3}$$

از جداول کتاب Perry's:

$$\mu = 0.0471\frac{lb}{ft.hr} = \mu_{air} \cong \mu_{H_2O-air}$$

حال Re را حساب می کنیم:

$$Re_x = \frac{0.065 \times 10 \times 3600\frac{sec}{hr} \times 1}{0.0471} = \frac{\rho u x}{\mu} \cong 50{,}000$$

پس چون $Re \leq$ ۸۰۰۰۰ می باشد:

$$J_D = 0.664{Re_x}^{-0.5} = 0.664(50{,}000)^{-0.5} = 0.0029$$

حال با داشتن J_D^x ، می توانیم k_G را حساب کنیم:

$$J_D = \frac{k_G P_{BM} RTL}{P_T D_{AB}} \frac{1}{Re\, Sc^{1/3}}$$

که حالا باید P_{BM} ، D_{AB} و Sc را محاسبه کنیم:

$$\left.\begin{aligned} P_{B1} &= 1 - 0.0475 = 0.9525\ atm \ \text{در فصل مشترک} \\ P_{B2} &= 1 - 0.0315 = 0.9685\ atm \ \text{در سطح مخزن} \end{aligned}\right\} \rightarrow P_{BM} = \frac{0.9525 - 0.9685}{ln\left(\frac{0.9525}{0.9685}\right)} = 0.961$$

اما، $D_{H2O\text{-}air}$ در ۲۵.۹ درجه سانتیگراد یا ۷۸.٦ درجه فارنهایت برابر با $0.258\ cm^2/s$ می باشد (از جداول کتاب Treybal)، بنابراین با انجام تصحیح، درجه حرارت و فشار به شکل زیر می شود:

$$\frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} \left(\frac{P_2}{P_1}\right)\left(\frac{f_2}{f_1}\right) \rightarrow D_1 = 0.258\left[\frac{460+140}{460+78.6}\right]^{3/2} = 0.306\,{cm^2}/{sec} = 1.184\,{ft^2}/{hr}$$

بنابراین:

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D} = \frac{0.0471}{0.065 \times 1.184} = 0.6$$

$$\therefore k_G = \frac{(0.0029)(1)(1.184)}{(0.961)(0.729)(460+140)}\left[50{,}000 \times 0.6^{1/3}\right] = 0.36 \frac{lb_{mole}}{hr.ft^2.atm}$$

بنابراین:

$$N_A = k_G \Delta P = 0.36[0.0475 - 0.0315] = 0.0057 \frac{lb_m}{ft^2.hr}$$

یا اینکه:

$$\text{شدت جرمی انتقال} = 0.0057 \frac{lb_m}{ft^2.hr} \times 18.012 \times 1 ft^2 = 0.103 \frac{lb_m}{hr}$$

توجه: اگر فقط شدت انتقال جرم از ما خواسته شده باشد فرقی نمی کند که از راه k یا F مساله را حل کنیم. به بیان دیگر می‌توانیم از فرمول های زیر استفاده کنیم:

$$Sh = \frac{FL}{CD_{AB}}, \qquad C = {}^{\rho}/_{M_{avg}}, \qquad \rho = \frac{P_T M_{avg}}{RT} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{P_T}{RT}$$

$$\left.\begin{aligned} J_D &= \frac{FL}{CD_{AB}} \frac{1}{Re\, Sc^{1/3}} \\ J'_D &= J'_D(Re_L) \end{aligned}\right\} \rightarrow \text{محاسبه می شود } F$$

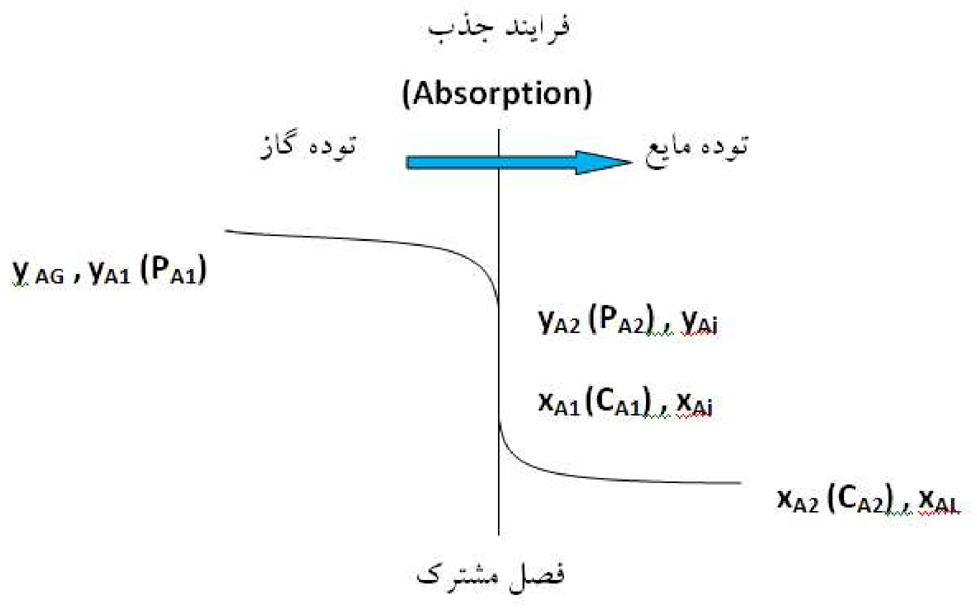
$$\rightarrow \quad N_A = Fln\left[\frac{1 - {}^{C_{A2}}/_{C}}{1 - {}^{C_{A1}}/_{C}}\right] = Fln\left[\frac{1 - y_{A2}}{1 - y_{A1}}\right] \rightarrow \text{شدت انتقال محاسبه می شود}$$

انتقال جرم بین فازها (Interface Mass Transfer)

آنچه که تا به حال بررسی کرده ایم در یک فاز بوده است به بیان دیگر تا جزء جداشونده به فصل مشترک می رسد جذب می شود (مثلا انتقال آب در فاز هوا را بررسی کرده ایم).

حالا می خواهیم ببینیم ۱) اگر با دو فاز سر و کار داشته باشیم چه کاری بایستی انجام دهیم. ۲) ارتباط بین ضرایب انتقال جرم به چه صورت خواهد بود.

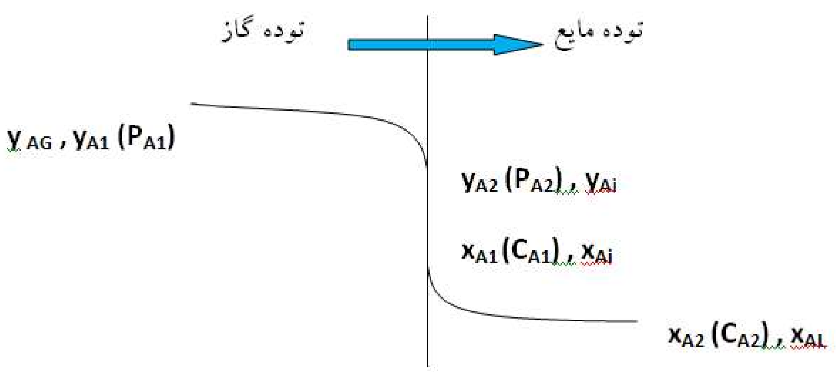
به طور کلی در این نوع موارد ابتدا معادله شار را در مورد تک تک فازها می نویسیم یعنی برای تشریح فیزیکی سیستم می توانیم بگوئیم:



یعنی ماده ای با غلظت y_{A1} به فصل مشترک آمده و از آنجا به فاز بعدی منتقل می شود که:

در فاز گاز: $N_A^G = k_y(y_{A1} - y_{A2})$ در فاز مایع: $N_A^L = k_x(x_{A1} - x_{A2})$

در شرایط پایا دو مقدار فوق (یعنی N^L_A و N^G_A) برابر خواهند بود چرا ده در حالت پایا در فصل مسترک تجمع نخواهیم داشت (به بیان دیگر: هر چه به فصل مشترک برسد وارد فاز بعدی می شود). معمولا غلظت های فصل مشترک را با اندیس i، در فاز گاز را با اندیس G و در توده مایع را با اندیس L مشخص می کنیم، یعنی:



پس ما در اینجا در حالت پایا مشابه حالت تعادل کینتیک $\Gamma_{forward} = \Gamma_{backward}$ داریم: $N_A^G = N_A^L$

بنابراین:

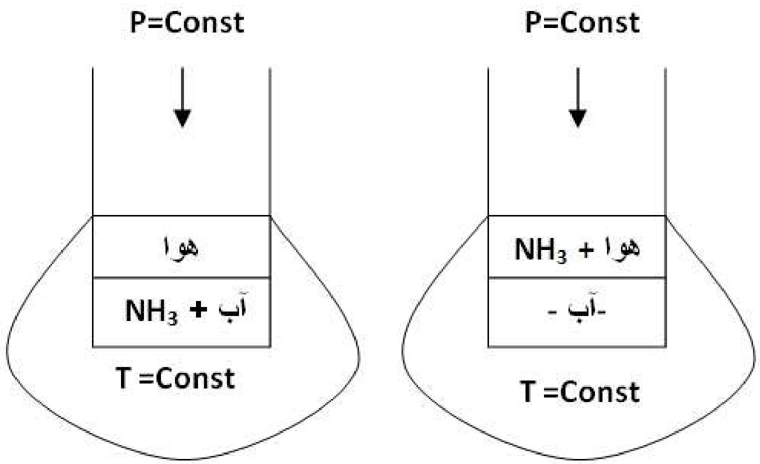
$$k_y(y_{AG} - y_{Ai}) = k_x(x_{Ai} - x_{AL})$$

$$\frac{(y_{AG} - y_{Ai})}{(x_{AL} - x_{Ai})} = -\frac{k_x}{k_y}$$

محققی به نام Whitman می گوید که وقتی دو فاز را کنار یکدیگر داریم مقاومت های انتقال جرم در مورد این دو فاز فقط متعلق به تک تک دو فاز خواهد بود، یعنی فصل مشترک فازها هیچ مقاومتی در برابر انتقال جرم از خود نشان نمی دهد که این نظریه را اصطلاحا Two Film Resistance Theory of Whitman (تئوری مقاومت دولایه فیلمی ویتمن) می نامند.

حالا ببینیم که چگونه می توانیم به صحت این فرضیه پی ببریم:

اگر منحنی های تعادل دو فاز را در جهت های مختلف انتقال جرم بررسی کنیم نتایج کاملا یکسانی به دست خواهیم آورد یعنی اگر دو مجموعه آزمایش انجام داده و در یکی منحنی تعادلی برای مثال آمونیاک را بین آب و هوا در حالتی که آمونیاک در فاز آب باشد (در دما و فشار ثابت) و در دیگری همین منحنی را در حالتی که آمونیاک در فاز هوا باشد رسم کنیم، ملاحظه می کنیم که دو منحنی بر هم منطبق می گردند و این نتیجه نشان می دهد که فصل مشترک فازها مقاومتی در برابر انتقال جرم نداشته است. به بیان دیگر منحنی های توزیع تعادلی به دست آمده ارتباطی به جهت انتقال جرم نداشته اند. جالب توجه است که فرضیه Whitman در مورد سیالات صادق است ولی در مورد برخی از جامدات خلاف این فرضیه مشاهده شده است.



- سئوالاتی که باید جواب داده شوند:

1. تصویر کلی سیستم مورد بررسی چگونه است؟ (Notation)
2. نتیجه فقدان تجمع در فصل مشترک چه می‌باشد؟
3. چرا x_{Ai} و y_{Ai} یکی نیستند؟ آیا می‌توانند یکی باشند؟ کی؟
4. چگونه می‌توان ضریب کلی انتقال جرم را محاسبه نمود؟
5. مقاومت چیست و بر چه انواعی است؟

توجه: معمولا در آزمایشگاه برای به دست آوردن منحنی توزیع تعادلی برای مثال آمونیاک در آب مطابق شکل های رسم شده زیر عمل می نمایند. در اینجا،

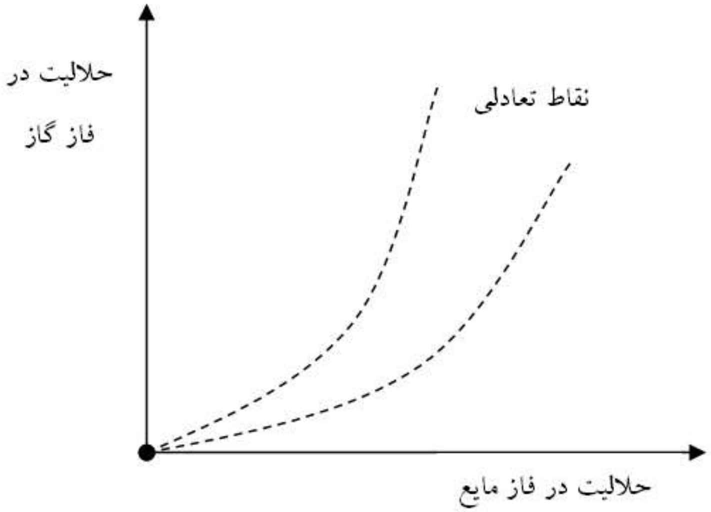
1) نخست اجازه می دهند که دو ماده (فاز) برای مدتی با هم در تماس باشند و چون در فشار ثابت عمل می کنیم ممکن است تغییر حجم نیز داشته باشیم.

2) نقطه نهایی زمانی خواهد بود که غلظت آمونیاک در دو فاز دیگر تغییری ننماید.

3) بدین ترتیب یک نقطه از منحنی حاصل می شود.

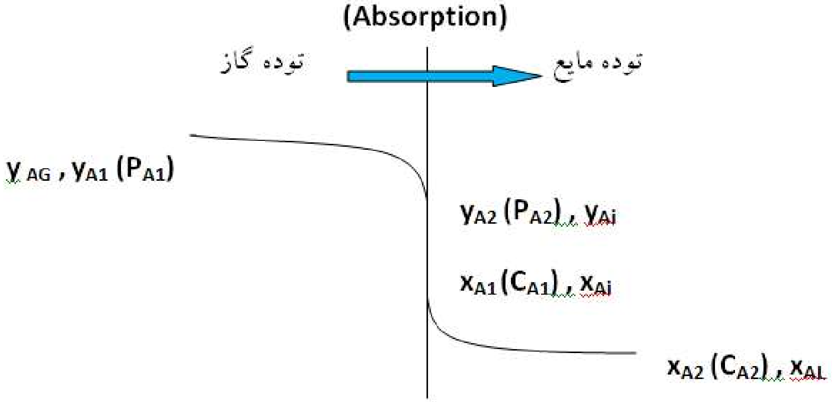
4) حال با تغییر دادن غلظت و تکرار آزمایش می توان نقاط دیگری را به دست آورد و منحنی را رسم نمود. **اگر در T و P ثابت آزمایش را در دو جهت مختلف تکرار نمائیم، منحنی های به دست آمده مشابه خواهند بود.** چنین منحنی هایی را **منحنی های تعادلی** بین دو فاز می نامند.

توجه: همان طوری که در اوایل این درس گفته شد، در مباحث انتقال جرم هموژن (تک فازی) نیروی محرکه اختلاف غلظت بود، اما در اینجا نیروی محرکه پتانسیل شیمیایی است که عملا تابعی از P و T به صورت عوامل موثر روی جذب است و اختلاف غلظت معنا نخواهد داشت زیرا تغییر غلظت در هر فاز مربوط به همان فاز است. به بیان دیگر با تغییر P و T منحنی های بالا به چپ یا راست جابجا می شوند که این امر مستقیما به حلالیت بستگی دارد.



حالا برگردیم به انتقال جرم دو فازی:

گفته شد که تغییرات غلظتی در دو فاز به شکل روبرو است:



علت اینکه y_{A2} و x_{A1} با یکدیگر برابر نیستند این است که این دو مربوط به دو فاز مختلف هستند یعنی y_{A2} نسبت تعداد مول جسم A به کل مول های موجود در توده گاز و x_{A1} نسبت تعداد مول های جسم A به کل مول های موجود در مایع است. معمولا مول i در فازهای مختلف یکی است اما تعداد کل مول ها متفاوت است.

اگر معادله شار را برای هر دو فاز بنویسیم خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} N_A = k_y(y_{AG} - y_{Ai}) \\ N_A = k_x(x_{Ai} - x_{AL}) \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} y_{AG} = y_{A1}, x_{AL} = x_{A2} \\ y_{Ai} = y_{A2}, x_{Ai} = x_{A1} \end{array}$$

چون سیستم در حالت پایا در نظر گرفته می شود لذا از تساوی دو رابطه خواهیم داشت:

$$-\frac{k_x}{k_y} = \frac{(y_{AG} - y_{Ai})}{(x_{AL} - x_{Ai})}$$

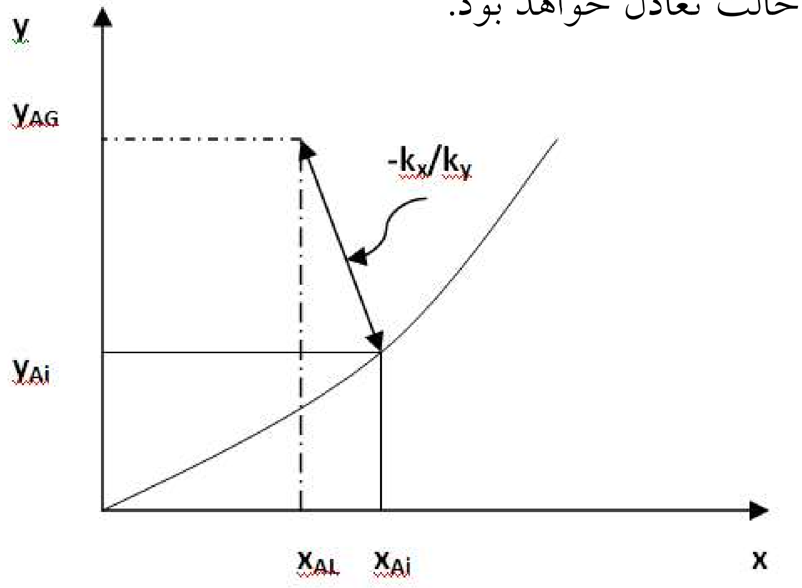
که این یک معادله خطی با شیب $\frac{-k_x}{k_y}$ است و عملا می توان چنین خطی را با منحنی تعادلی رسم نمود با توجه به اینکه سیستم تک مرحله ای جداسازی داشته باشیم (هنوز در مورد بیش از یک مرحله صحبت نکرده ایم).

بنابراین اگر مساله تعادل برای سیستم هایی از نوع سیالات را که در آنها یک گاز و یک مایع (هتروژن) و یا دو مایع نامحلول (هموژن) داریم در نظر بگیریم، طبق تئوری Whitman در اثر انتقال جرم بین دو فاز، مقاومت انتقالی سیستم فقط متعلق به دو فاز موجود در دو طرف فصل مشترک خواهد بود. مجددا خاطرنشان می شود که خلاف تئوری Whitman در بعضی یا بسیاری از جامدات دیده می‌شود.

برای تایید نظریه Whitman انتقال NH_3 از هوا به آب یا بالعکس از آب به هوا را مثال زدیم و دیدیم که اگر منحنی تعادلی دو فاز را در T و P ثابت از دو طرف به دست آوریم، بر هم منطبق خواهند شد. یعنی جهت انتقال تاثیری بر منحنی تعادلی نخواهد داشت. روی همین اصل تئوری Whitman در سیستم هایی از نوع سیالات تایید گردید.

توجه: در فصل مشترک در حالت پایا غلظت ها تعادلی خواهند بود چرا که بالاترین غلظت ممکنه را بر اثر طولانی ترین زمان خواهیم داشت که این در حالت تعادل خواهد بود.

حالا اگر خط $-\frac{k_x}{k_y} = \frac{(y_{AG} - y_{Ai})}{(x_{AL} - x_{Ai})}$ را در منحنی تعادلی رسم کنیم خواهیم داشت:



که مجددا یادآور می‌شویم k_x ضریب انتقال جرم فاز مایع و k_y ضریب انتقال جرم فاز گاز است. می‌دانیم که معکوس ضریب انتقال جرم را مقاومت می‌گویند، پس $\frac{1}{k_x}$ مقاومت مربوط به فاز مایع و $\frac{1}{k_y}$ مقاومت مربوط به فاز گاز هستند. بنابراین هر چه ضریب انتقال جرم بزرگتر باشد، مقاومت فاز در برابر انتقال کمتر بوده و شدت انتقال جرم بیشتر خواهد بود، و بالعکس، زیرا:

$$\frac{1}{k_y\ or k_x} = \frac{1}{\text{عدد بزرگ}} = \text{مقدار کوچک} \Rightarrow \text{شدت انتقال جرم بیشتر است}$$

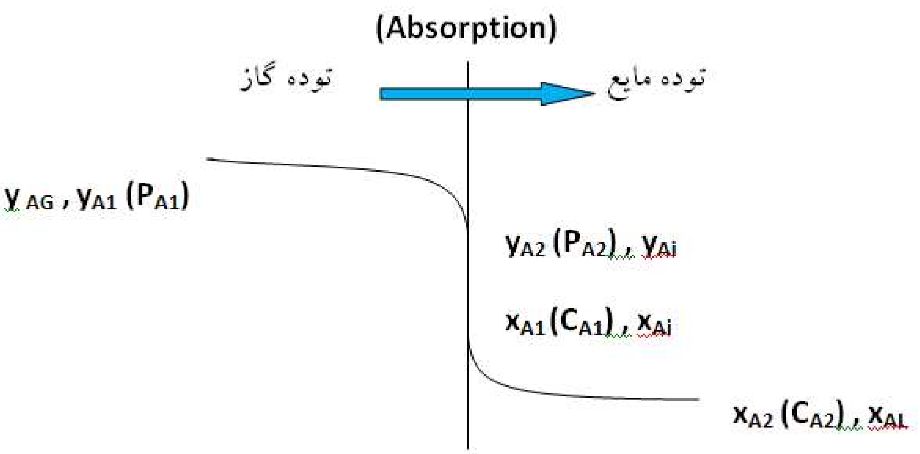
$$\frac{1}{k_y\ or k_x} = \frac{1}{\text{عدد کوچک}} = \text{مقدار بزرگ} \Rightarrow \text{شدت انتقال جرم کمتر است}$$

توجه: بایستی توجه داشت که در سیستم های دو فازی **توام با واکنش** شیمیایی نظیر جذب آمونیاک از هوا توسط محلول اسیدی **مقاومت را در مورد فازی حساب می کند که در آن واکنش شیمیایی صورت نمی گیرد** چرا که واکنش شیمیایی را عامل محدودکننده نمی دانیم. زیرا مثلا در مورد همین جذب آمونیاک که توسط محلول اسیدی به محض رسیدن آمونیاک به سطح مشترک واکنش شیمیایی انجام می شود و عمدتا مقاومت در همان فاز هوا می باشد که مولکول های آمونیاک می بایستی در آن نفوذ کرده تا به سطح مشترک برسند.

توجه: حالا اگر برای نشان دادن نیروی محرکه به جای غلظت جزئی از پارامتر دیگری استفاده نمائیم، آنگاه اندیس به کاررفته در ضریب انتقال جرم تفاوت خواهد کرد، یعنی:

$$N_A = \begin{cases} k_c(C_{AG} - C_{Ai}) \\ k_G(P_{AG} - P_{Ai}) = k_P(P_{AG} - P_{Ai}) \\ k_y(y_{AG} - y_{Ai}) \end{cases}$$

که در اینجا ملاحظه می‌شود از لحاظ ابعادی واحد k در هر یک از روابط فوق با هم تفاوت دارند زیرا واحد شار در تمامی حالات یکسان (زمان × سطح)/mole می باشد. حالا اگر بخواهیم معادلات شار را در دو فاز با استفاده از ضریب انتقال جرم F بنویسیم خواهیم داشت:



$$N_A = F_C ln\left[\frac{1 - {C_{A2}}/{C}}{1 - {C_{A1}}/{C}}\right]$$

$$N_A = F_G ln\left[\frac{1 - y_{A2}}{1 - y_{A1}}\right]$$

$$N_A = F_L ln\left[\frac{1 - x_{A2}}{1 - x_{A1}}\right]$$

بنابراین در حالت پایا خواهیم داشت:

$$F_G ln\left[\frac{1-y_{Ai}}{1-y_{AG}}\right] = F_L ln\left[\frac{1-x_{AL}}{1-x_{Ai}}\right]$$

توجه:

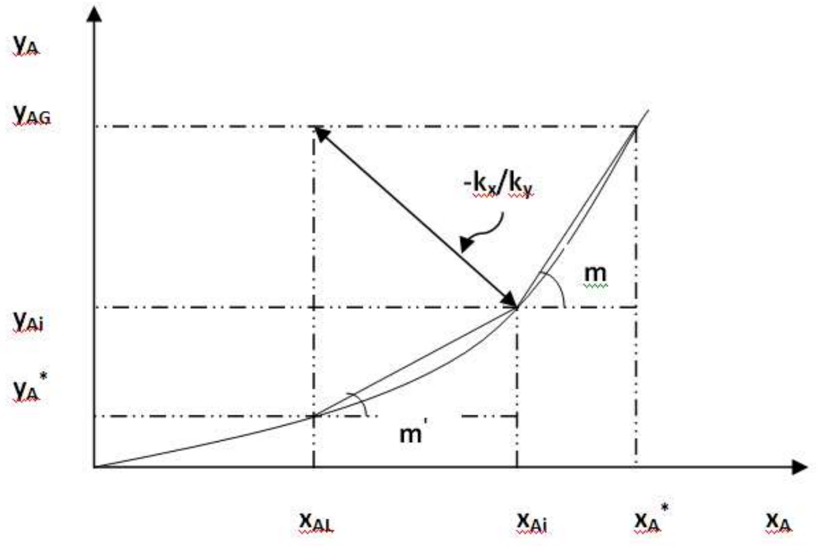
1) همانطور که ملاحظه می شود این معادله خطی نیست یعنی در این حالت مثل k ارتباط خطی بین ضریب انتقال جرم و نیروی محرکه خطی نیست و کمی پیچیده ترند.

2) ولی F این مزیت را دارد که از لحاظ ابعاد دارای واحد شار یعنی (زمان × سطح)/mole است.

3) ضرایب F و k را ضرایب انتقال جرم محلی و یا موضعی (Local or Individual Coefficient) نیز می نامند. علت این نام گذاری این است که این ضرایب فقط متعلق به یک فاز هستند.

حال متعاقب این درس به ضریب کلی یا جمعی انتقال جرم می پردازیم.

ضریب کلی انتقال جرم (Overall Mass Transfer Coefficient)



این ضرایب را هم برای نوع k و هم برای نوع F داریم. قبلا نشان دادیم که:

گفته می‌شود که اگر به جای استفاده از غلظت‌های فصل مشترک در معادله شار (ضریب انتقال جرم × نیروی محرکه = N_A) از غلظت‌های در حال تعادل با آنها استفاده کنیم، یعنی به جای x_i و y_i از x_A^* و y_A^* استفاده کنیم، در این صورت برای اینکه شار ثابت بماند ضریب بایستی که عوض شود. یعنی خواهیم داشت:

$$N_A = K_Y(y_{AG} - y_A^*) \Leftrightarrow \quad (I) \quad {}^{1}/_{K_Y} = \text{مقاومت کل فاز گاز}$$

$$N_A = K_X(x_A^* - x_{AL}) \Leftrightarrow \quad (II) \quad {}^{1}/_{K_X} = \text{مقاومت کل فاز مایع}$$

که این ضرایب انتقال جرم جدید را ضرایب انتقال جرم جمعی یا کلی می نامیم. این ضرایب با ضرایبی که قبلا داشتیم به صورت زیر مرتبط می شوند:

$$(III)\quad N_A = K_Y(y_{AG} - y_A^*) = k_y(y_{AG} - y_{Ai})$$

$$(IV)\quad N_A = K_X(x_A^* - x_{AL}) = k_x(x_{Ai} - x_{AL})$$

اما با توجه به شکل بالا داریم:

$$(V)\quad m = \left[\frac{y_{AG} - y_{Ai}}{x_A^* - x_{Ai}}\right]$$

$$(VI)\quad m' = \left[\frac{y_{Ai} - y_A^*}{x_{Ai} - x_{AL}}\right]$$

روابط I و II را می توانیم به صورت زیر بنویسیم :

$$N_A = K_Y[y_{AG} - y_A^* + y_{Ai} - y_{Ai}]$$

$$= K_Y[(y_{AG} - y_{Ai}) + (y_{Ai} - y_A^*)]$$

نهایتا با استفاده از روابط III، IV و VI با جای گذاری آنها در این رابطه خواهیم داشت:

$$\frac{N_A}{K_Y} = \frac{N_A}{k_y} + m'\frac{N_A}{k_x} \rightarrow \frac{1}{K_Y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x}$$

و به طریق مشابه و به راحتی می توان نشان داد:

$$\frac{1}{K_X}=\frac{1}{k_x}+\frac{1}{mk_y}$$

بنابراین K_X و K_Y به هر دو فاز مربوط می شوند.

توجه: مجددا عکس ضریب انتقال جرم را مقاومت می نامیم که در اینجا با مقاومت کل یک فاز بر حسب فاز دیگر سر و کار داریم. می بینیم که معادلات بالا **معنی فیزیکی** زیرا مطرح می کند:

$\frac{1}{K_Y}=\frac{1}{k_y}+\frac{m'}{k_x}$ ⇨ مقاومت جمعی فاز گاز = (مقاومت موضعی فاز گاز) + (مقاومت موضعی فاز مایع) ⁕ (شیب منحنی تعادل)

همچنین در مورد F خواهیم داشت:

$$N_A=F_G ln\left[\frac{1-y_{Ai}}{1-y_{AG}}\right]\rightarrow N_A=F_{OG} ln\left[\frac{1-y_A^*}{1-y_{AG}}\right]$$

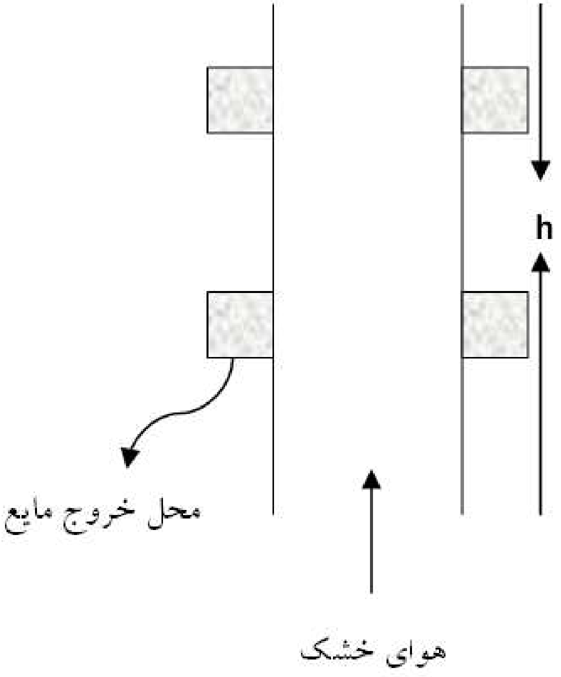
$$F_{OG}=F_{Overall\ for\ Gas}$$

یا اینکه در فاز مایع:

$$N_A=F_L ln\left[\frac{1-x_{AL}}{1-x_{Ai}}\right]\rightarrow N_A=F_{OL} ln\left[\frac{1-x_{AL}}{1-x_A^*}\right]$$

توجه: می بینیم که در مورد F_{OG} یا F_{OL} مسئله مشکل تر است، بنابراین سعی داریم مسائل را از طریق K انجام دهیم.

مثال ۸: در برج جداره مرطوبی به قطر یک اینچ، آب به صورت لایه‌ای از دیواره داخلی لوله پایین می‌آید. هوای کاملا خشک با شدت $\frac{lb_m}{hr.ft^2}$ ۵۰۰۰ از پایین لوله وارد می‌شود. فرض می‌کنیم در همه نقاط درجه حرارت هوا و آب به ترتیب ۹۷ و ۷۰ درجه فارنهایت باشد و ضریب انتقال جرم نیز ثابت باقی بماند. چنانچه فشار کل یک جو وطول برج سه فوت باشد، فشار جزئی متوسط بخار آب را در هوایی که از بالای لوله خارج می‌شود تعیین نمایید؟



$$ID = 1''$$

$$N_{\text{هوای خشک ورودی}} = 5000\frac{lb_m}{ft^2.hr}$$

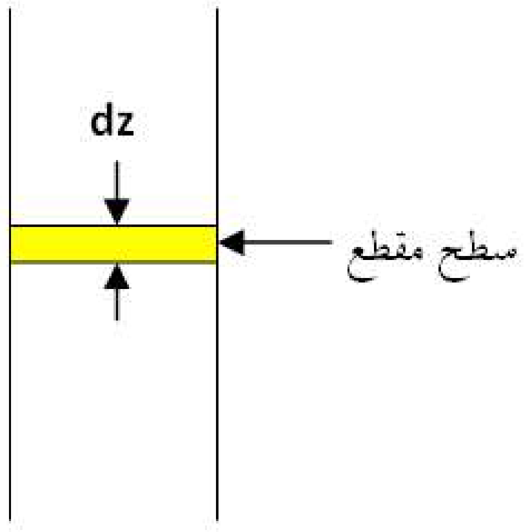
$$P_t = 1\,\text{atm}, T_{air} = 97°F, T_{H_2O} = 70°F$$

$$h = 3', P_A = ?$$

مسلما **ضریب انتقال جرم** در ستون با تغییر علامت تغییر خواهد کرد ولی طبق صورت مسئله این تغییرات را نادیده گرفته و آن را ثابت فرض می کنیم.

توجه باید کرد که اگر طول ستون زیاد باشد، عملا هوای خروجی از بالای آن بخار آب اشباع شده خواهد بود و در یک چنین حالتی به علت یکسان شدن غلظت بخار آب در توده هوا و فصل مشترک دو فاز، عمل انتقال جرم متوقف خواهد شد.

برای حل مسئله: ابتدا یک ارتفاع دیفرانسیلی را در طول ستون در نظر می گیریم و فرض می کنیم که سرعت کلی هوای ورودی به آن G باشد. بنابراین خواهیم داشت:



$$G \equiv \frac{lb_{mole}\ wet\ air}{ft^2.hr}$$

$$y_A \equiv mole\ fraction\ of\ H_2O\ [=] \frac{lb_{mole}\ H_2O}{lb_{mole}\ wet\ air}$$

$$Gy_A = \frac{lb_{mole}\ H_2O}{ft^2.hr}$$

همان طور که مشاهده می شود G در طول ستون در حال تغییر است. از طرفی سطحی که در d(Gy) به کار می رود، سطح مقطع ستون می‌باشد در حالیکه رابطه شار، **سطح انتقال جرم** (همان سطح دیواره ستون) خواهد بود.

بنابراین:

$$\pi R^2 = \pi\, {D^2}/{4}$$

$$N_A = d(Gy_A) \times \frac{\text{سطح مقطع}}{\text{سطح انتقال}} = d(Gy_A) \times \frac{\frac{\pi}{4}(I.D)^2}{\pi (I.D) dZ} = d(Gy_A) \times \frac{I.D}{4dZ}$$

$$2\pi Rh$$

$$2\pi\left(\frac{d}{z}\right)dZ$$

$$N_A = k_y(y_{A1} - y_{A2}) = F_G \ln\left[\frac{1 - y_{A1}}{1 - y_{A2}}\right]$$

که در این‌جا، y_{A1} و y_{A2} به ترتیب مول فرکشن‌ها در روی دیواره ستون و در توده گاز می‌باشند و از طرفی می‌دانیم که: $P_A = y_A = \frac{P_A}{P_t}$

$$N_A = k_G(P_{A1} - P_{A2})$$

می بینیم که در رابطه فوق دو متغیر y و G را داریم و سعی می کنیم تعداد آن ها را به یکی **کاهش** دهیم و ضمنا ترجیح می دهیم که متغییر ما غلظت باشد زیرا ما تغییرات غلظت را در طول ستون با تغییر ارتفاع می خواهیم. می دانیم که غلظت بخار آب در هوای ورودی صفر است (**یعنی هوای خشک**) و همچنین مقدارهوای خشک ورودی در طول ستون تغییری نمی نماید. یعنی:

$$G_s[=]\frac{lb_{mole}\,dry\,air}{ft^2.hr}=G(1-y_A)\rightarrow G=\frac{G_s}{(1-y_A)}$$

$$d(Gy_A)=d\left(\frac{G_s}{1-y_A}y_A\right)=\frac{G_s}{1-y_A}d\left(\frac{y_A}{1-y_A}\right)=G_s\frac{dy_A}{(1-y_A)^2}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$y_A={}^{P_A}\!/_{P_T},P_T=1\rightarrow dy_A=dP_A$$

$$N_A=\frac{G_s}{4dZ}\frac{dP_A}{(1-P_A)^2}(I.D)$$

که در اینجا نهایتا:

$$G_s=5000lb_m\times\frac{1lb_{mole}}{29lb_m}=172.4\frac{lb_{mole}}{ft^2.hr}$$

از طرفی دیگر از رابطه شار می دانیم که:

$$N_A = k_G(P_{A1} - P_{A2})$$

در دیواره می توان $\mathbf{P_{A1}}$ را حساب کرد، زیرا این همان فشار بخار اشباع آب در هوا در دمای ۷۰ درجه سانتیگراد می باشد. $\mathbf{P_{A2}}$ لحظه به لحظه تغییر می کند. **حالا اول $\mathbf{k_G}$ را به دست می آوریم**. می بینیم که این حالت با حرکت سیال داخل لوله مطابقت دارد، یعنی می توانیم بنویسیم:

$$Sh_{avg} = 0.023Re^{0.83}Sc^{0.44}$$

توجه: علت اینکه مسئله مطرح کرده است که در طول ستون k را ثابت فرض کنیم این است که بتوانیم در طول ستون Re را ثابت در نظر بگیریم. زیرا Re را فقط می توان در **پایین** ستون محاسبه کرد. در غیر این صورت اگر گفته نمی شد که k ثابت است، می بایستی Re را در هر مقطع به فشار جزئی از طریق ρ مربوط می کردیم تا که مسئله دقیقا حل شود. اما حالا خواهیم داشت:

$$Re = \frac{\rho u(ID)}{\mu} = \frac{5000(^1/_{12})}{0.018(2.42)}$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D}$$

که در این جا μ و ρ مربوط به توده هوا می باشند و چون ما Sc را در **پایین ستون** حساب می کنیم بایستی آنها را برای **هوای خشک** بنویسیم. حال می بایستی که $D_{H2O-Air}$ را نیز برای شرایط مسئله به دست آوریم. بنابراین الگوریتم حل مسئله **از اینجا** به بعد به شکل زیر است:

a) k_G را از رابطه III به دست می آوریم.

b) k_G را در رابطه II جایگزین می کنیم و N_A را حساب می کنیم.

c) در رابطه I ، بین صفر (برای هوای خشک) و P_{A2} و ۰ و Z انتگرال گیری می کنیم و در صورت مساوی بودن دو طرف به P_A لازم می رسیم، در غیر این صورت، P_{A2} جدید حدس زده و مراحل بالا را تکرار می کنیم.

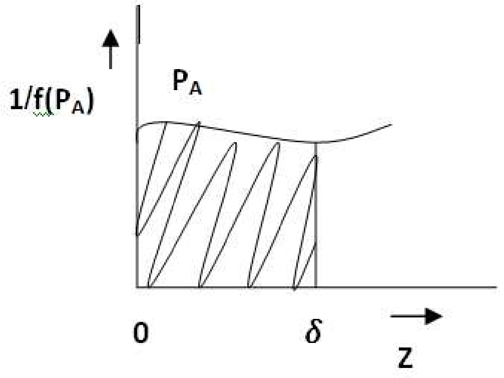
نتیجتا خواهیم داشت:

$$dZ = a\frac{dP_A}{f(P_A)}$$

حالا که می دانیم هوا در پایین ستون خشک است. از این رابطه انتگرال می گیریم:

$$\int_0^z dz = \int_0^{P_A} a\frac{dP_A}{f(P_A)}$$

احیانا اگر نتوانیم انتگرال بالا را به راحتی محاسبه کنیم، آنگاه متوسل به روش‌های عددی شده که مساحت سطح زیر منحنی را محاسبه کنیم.



در ضمن چون می دانیم که Z زیاد نیست، $P_A < P_A^{Satin}$ می باشد. که در اینجا $P^{sat}_A=0.0247atm$، بنابراین از حل مسئله خواهیم داشت $P_A=0.015atm$.

مثال ۹: در عمل انتقال جرم آمونیاک از هوا توسط آب در یک **WWC** (Wetted Wall Column)، در مقطعی از ستون، اطلاعات زیر موجود است:

$$k_x = 8.1\frac{lb_{mole}}{ft^2.hr}, k_y = 0.12\frac{lb_{mole}}{ft^2.hr}, y_{AG} = 0.2, x_{AL} = 0.05$$

$$m = 0.85\ \left(\rightarrow \frac{y}{x} = m \rightarrow y_i = 0.85x_i\right)$$

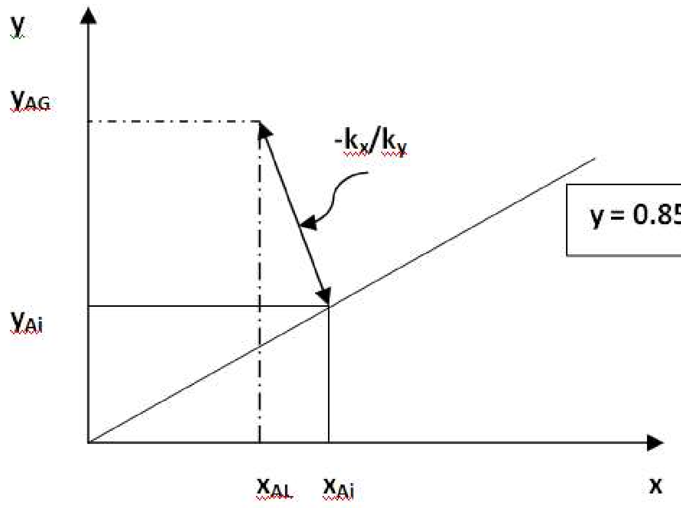
غلظت های فصل مشترک (حداکثر میزان جداسازی این سیستم) را تعیین کنید. همچنین ضرایب جمعی یا کلی انتقال جرم را نیز مشخص نمایید.

- کافیست که یکبار معادله شار در فاز مایع و یکبار در فاز گاز نوشته شود و در حالت پایدار برابر یکدیگر قرار دهیم. یعنی:

$$-\frac{k_x}{k_y}=\frac{(y_{AG}-y_{Ai})}{(x_{AL}-x_{Ai})}\rightarrow\frac{-8.1}{0.12}=\frac{0.2-y_{Ai}}{0.05-x_{Ai}}$$

- از طرفی: $y_{Ai}=0.051\,x_{Ai}$ ، پس با حل ۲ معادله ۲ مجهول خواهیم داشت: $x_{Ai}=0.06,\ y_{Ai}=0.051$.

- راه حل دیگر برای این مسئله استفاده از روش ترسیم خط بر روی منحنی تعادل می باشد.یعنی کافیست از نقطه ای به غلظت های $(x_{AL}\ ,\ y_{AG})$ خطی با شیب $-k_x/k_y$ رسم کنیم. مختصات نقطه تلاقی این خط با منحنی تعادلی نقطه $(x_{Ai}\ ,\ y_{Ai})$.



$$\frac{0.2-y_{Ai}}{0.05-x_{Ai}}=\frac{-8.1}{0.12}$$

$$\begin{cases} y_{Ai}=0.05 \\ x_{Ai}=0.06 \end{cases}$$

- بالاخره برای بدست آوردن $1/K_X$ و $1/K_Y$ تمامی اطلاعات لازمه را داشته و اینها را به این شکل محاسبه می کنیم:

$$\frac{1}{K_Y}=\frac{1}{k_y}+\frac{m'}{k_x}=\frac{1}{0.12}+\frac{0.85}{8.1}$$

$$\frac{1}{K_X}=\frac{1}{k_x}+\frac{1}{mk_y}=\frac{1}{8.1}+\frac{1}{(0.85)(0.12)}$$

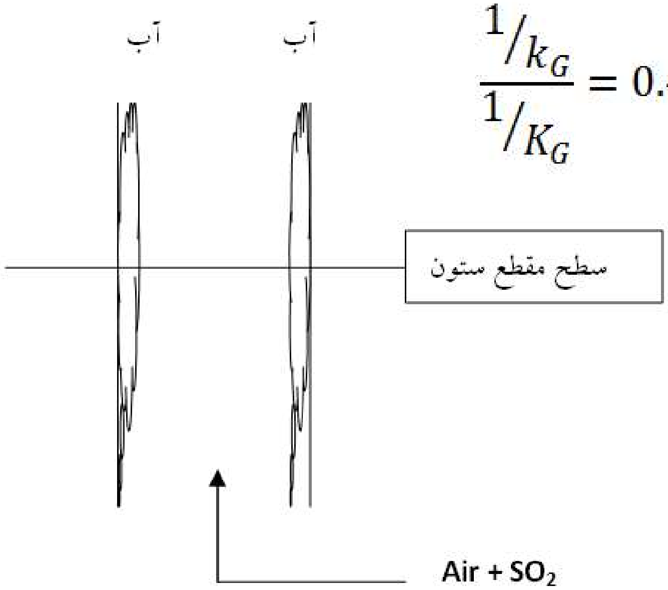
مثال ۱۰: در نقطه خاصی در داخل یک دستگاه انتقال جرم، که برای جذب گاز انیدریدسولفورو، SO_2، از هوا توسط آب به کار می رود. **غلظت** SO_2 در هوا برابر با ۱۰٪ حجمی و **غلظت** SO_2 در آب برابر با ۰.٤٪ وزنی است. جرم ویژه محلول مایع (دانسیته) در **درجه حرارت** ۵۰ درجه سانتیگراد و **فشار کل** ۱ اتمسفر، lb_m/ft^3 ٦۱.۸ است. در این نقطه ضریب حجمی انتقال جرم بر مبنای غلظت های فاز گاز، K_G برابر با $lb_{mole}/hr.ft^2.atm$ ۰.۰۵۵ می باشد. ٤۷٪ از **مقاومت انتقال جرم بین دو فاز**، در فاز گاز و ۵۳٪ باقی مانده در فاز مایع می باشد. نتایج تجربی تعادل در ۵۰ درجه سانتیگراد به قرار زیر است:

X : SO_2 گرم آب/گرم (x')	۲۰	۳۰	۵۰	۷۰
(mmHg) SO_2 فشار جزئی (y')	۲۹	۴۶	۸۳	۱۱۹

الف) ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای غلظت‌های فاز مایع را برحسب lb_{mole}/ft^3 محاسبه نمایید.

ب)ضرایب انتقال جرم در **فاز گاز** را به صورت‌های k_G برحسب $lb_{mole}/hr.ft^2.atm$، k_y برحسب $lb_{mole}/hr.ft^2.(mole\ fraction)$، k_Cبرحسب $lb_{mole}/hr.ft^2.(lb_{mole}/ft^3)$ و ضرایب فردی انتقال جرم در **فاز مایع** را به صورت‌های k_L بر حسب (جزء محلی) $lb_{mole}/hr.ft^2$.محاسبه کنید.

$$\frac{1/k_G}{1/K_G} = 0.47$$



می خواهیم بدانیم: k_x، k_y ، k_C ، k_P، K_x، K_y، K_C،

K_P، x_{Ai}، y_{Ai}، P_{Ai}، C_{Ai} = ؟

اگر بخواهیم منحنی تعادل را رسم کنیم، کمی کار ما مشکل خواهد بود، چرا که واحد محورهای x و y یکسان نمی باشد و این خود مقداری کار ما را دشوار می کند.

از طرفی نیروی محرکه ما در فاز گاز: فشار یا mole fraction، و در فاز مایع: غلظت یا $C = \rho/M$ می باشد.

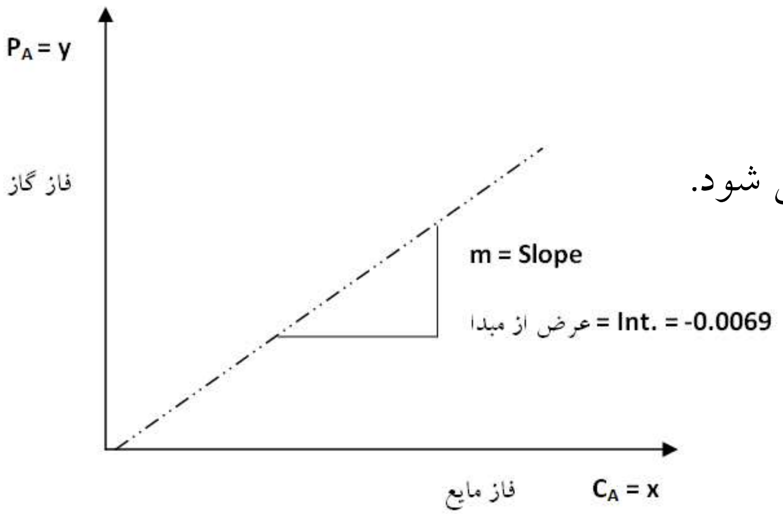
نخست مقادیر تجربی داده شده در ۵۰ درجه سانتی گراد را مرتب می کنیم. یعنی بایستی $(gr\ SO_2)/(100\ H_2O)$ را به $(gr\ mole\ SO_2)/(cm^3\ Solution)$ تبدیل کنیم. برای این کار نیاز است تا در هر غلظت داده شده ρ_{mix} را داشته باشیم. اما خوشبختانه به علت محدوده تغییرات $(gr\ SO_2)/(100\ H_2O)$ از ۰.۲ به ۰.۷، محلول ما رقیق بوده و ما ρ را همان مقدار ثابت lb/ft^3 ۶۱.۸ در نظر می گیریم. بنابراین:

بنابراین:

$$\frac{gmole\ SO_2}{cm^3\ \text{محلول}} = \frac{20\ gm\ SO_2}{100 + 20\ \text{محلول}\ gm} \times \rho \left(\frac{\text{محلول}\ gm}{\text{محلول}\ cm^3}\right) \times \frac{gmole\ SO_2}{M_{SO_2}\ gm\ SO_2}$$

در ضمن فشار را باید از mmHg به atm تبدیل کنیم که برای این کار فشار جزئی را به ۷۶۰ تقسیم می کنیم. بعد از تبدیل واحدها خواهیم داشت:

C: SO_2 (gmole/cm³sol)	۰,۰۰۱۹	۰,۰۰۲۸	۰,۰۰۴۸	۰,۰۰۶۷
P: P_A (atm)	۰,۰۳۸	۰,۰۶۳	۰,۱۰۹	۰,۱۹۶



حال C را در مقابل P رسم می کنیم که تقریبا یک خط راست با شیب ثابت و corr.coeff =۰.۹۹٤٥ حاصل می شود.

توجه: به علت محدوده ۰.۲ تا ۰.۷ تغییرات غلظتی، اگر تبدیل واحدها صورت نمی گرفت، هنوز هم این رابطه خطی می بود.

بنابراین با داشتن mبه شکل زیر ضرایب انتقال جرم را به دست می آوریم:

$$\text{I)}\quad \frac{1}{K_G} = \frac{1}{k_G} + \frac{m}{k_L}$$

$$\text{II)}\quad \frac{1}{K_L} = \frac{1}{k_L} + \frac{1}{mk_G}$$

اگر طرفین رابطه II را در m ضرب کنیم ونتیجه را از I کم کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{1}{K_G}-\frac{m}{K_L}=0\rightarrow K_L=mK_G\rightarrow K_L=0.024$$

از طرفی می دانیم:

$$\frac{1/k_G}{1/K_G}=0.47\rightarrow k_G=\frac{1}{0.47}K_G=\frac{1}{0.47}(0.055)$$

و در ضمن:

$$\frac{1}{K_G}=\frac{1}{k_G}+\frac{m}{k_L}\rightarrow\frac{1}{K_G}=\frac{1}{\frac{1}{0.47}K_G}+\frac{m}{k_L}$$

بنابراین، حالا با استفاده از رابطه شار می توانیم در مورد نیروهای محرکه مختلف، ضرایب انتقال جرم را تعیین می کنیم:

$$N_A=k_G\Delta P_A=k_y\Delta y_A$$

$$y_A={}^{P_A}/_{P_t}=P_A$$

$$\frac{y_{AG}-y_{Ai}}{x_{AL}-x_{Ai}}=-\frac{k_x}{k_y}\rightarrow\frac{P_{AG}-P_{Ai}}{C_{AL}-C_{Ai}}=-\frac{k_L}{k_G}$$

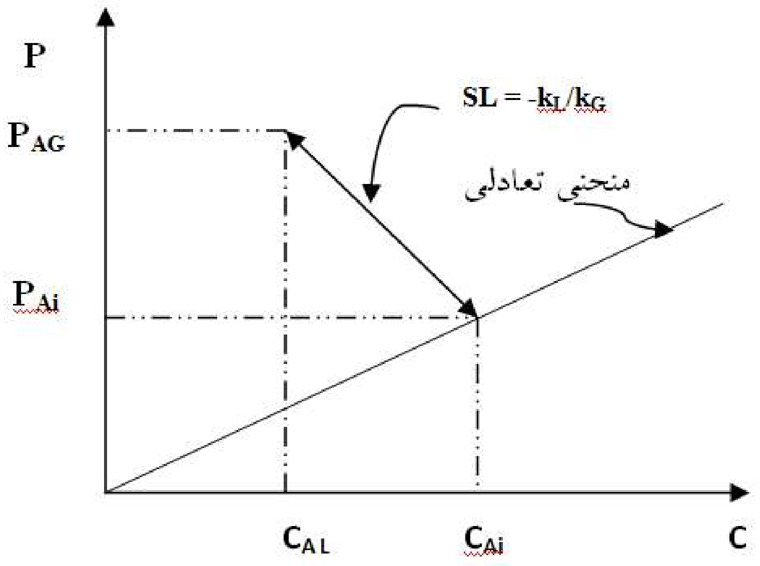
که در مقطع مورد نظر غلظت SO_2 در هوا ۱۰٪ حجمی و یا مولی است. یعنی می توان نوشت:

$$y_{AG} = {}^{P_{AG}}/_{P_t} \rightarrow 0.1 = {}^{P_{AG}}/_{1} \rightarrow P_{AG} = 0.1\ atm$$

از طرفی در فاز مایع غلظت SO_2 ۰.٤٪ جرمی است، یعنی:

$$C_{AL} = \frac{0.4\ lb_m SO_2}{100\ lb_m\ \text{محلول}} \times \frac{61.8\ lb_m\ \text{محلول}}{\text{محلول}\ ft^3} \times \frac{1\ lb_{mole} SO_2}{64\ lb_m SO_2} = ?\ \frac{lb_{mole} SO_2}{\text{محلول}\ ft^3}$$

$${}^{C_{AL}}/_{C_T} = x_{AL}, x_{AL} = 0.004\ wt\% \rightarrow C_T = ? \rightarrow {}^{C_{Ai}}/_{C_T} = x_{Ai}$$



بالاخره با استفاده از روش ترسیمی و یا حل

دو معادله دو مجهول، x_{Ai} و y_{Ai} را تعیین می کنیم:

$$x_{Ai} = x_{Ai}(C_{Ai}), \quad {}^{P_{Ai}}/_{P_t} = y_{Ai}$$

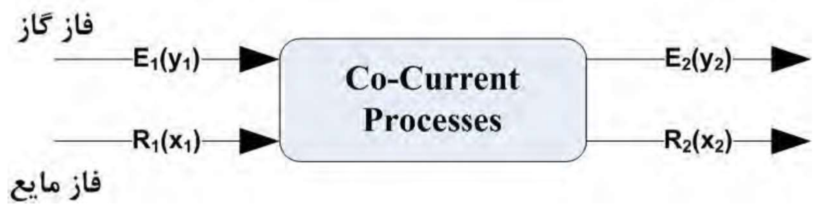
$$K_y = \frac{k_G \Delta P}{\Delta y}, \quad \Delta P = P_{AG} - P_{Ai}$$

$$\Delta y = y_{AG} - y_{Ai}, \quad k_x = k_x(k_y, x_{Ai}, y_{Ai})$$

توجه: اگر خطی با شیب $-k_L/k_G$ از نقطه (C_{AL}, P_{AG}) رسم کنیم محل تلاقی آن با خط تعادلی نقطه (C_{Ai}, P_{Ai}) را به ما می دهد.

حالا به مبحث **موازنه مواد** می پردازیم:

در اینجا هدف ما پیداکردن ارتباط بین ورودی ها و خروجی های سیستم از طریق خطی به نام خط کار یا تبادل (Operating Line) است. در یک سری از دستگاه ها، جریان های ورودی و خروجی همسو هستند (Co-current) که ما می خواهیم ارتباط این جریان ها را به صورت معادله یک خط در حالت پایا به دست آوریم.



E = Extract
R = Raffinate

مثال: غلظت آمونیاک در فاز آب را با x و غلظت آن را در فاز هوا با y نشان می دهیم. در اینجا طبق روال گذشته در هر فاز دو جزء متمایز خواهیم داشت. جزئی را که منتقل می شود اصطلاحا جزء منتقل شونده یا Diffusing Substance و جزئی را که منتقل نمی شود اصطلاحا جزء نفوذکننده یا -Non Diffusing Substance می نامیم.

برای مثال در سیستم مطرح شده بالا ۱) جزء منتقل شونده: NH_3 ۲) جزء نفوذکننده: هوا است. در حالت پایا مقادیر آمونیاک ورودی و خروجی برابر خواهند بود، یعنی:

$$E_1y_1 + R_1x_1 = E_2y_2 + R_2x_2$$

و برای جزء non-diffusing که با اندیس S نشان داده می شود خواهیم داشت:

$$E_s = E_1(1 - y_1) = E_2(1 - y_2)$$

$$R_s = R_1(1 - x_1) = R_2(1 - x_2)$$

E_s and R_s are constants at all times.

حالا مقادیر به دست آمده را در رابطه با I جایگزین می کنیم:

$$\left(\frac{E_s}{1 - y_1}\right) y_1 + \left(\frac{R_s}{1 - x_1}\right) x_1 = \left(\frac{E_s}{1 - y_2}\right) y_2 + \left(\frac{R_s}{1 - x_2}\right) x_2$$

اما می دانیم که:

$$X = \frac{x}{1 - x} \quad , \quad Y = \frac{y}{1 - y}$$

$$X \equiv \frac{mole\ A}{mole\ NON - A} \quad , \quad Y \equiv \frac{mole\ A}{mole\ NON - A}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$E_s y_1 + R_s x_1 = E_s y_2 + R_s x_2$$

و یا در نتیجه:

$$\frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} = -\frac{R_s}{E_s}$$ معادله خط کار

که می بینیم از موازنه مواد به معادله یک خط راست می رسیم.

مثال: فرض کنیم 100lb/hr مخلوط آب و استن حاوی ٤٠٪ جزء جرمی استن با 50lb/hr حلال خالص در یک واحد از نوع جریان های هم جهت مجاور شوند.

معادله خط تبادل را برای این سیستم به دست آورید.

حداکثر غلظت استن باقی مانده در آب را به دست آورید. داده های تعادلی به صورت $y = x^{0.5}$ داده شده است.

حل: I) حلال خالص یعنی $y_1=0$، بنابراین: $Y_1 = \frac{y_1}{1-y_1} = 0$

II) چون ورودی و خروجی به صورت جزء جرمی داده شده، ما هم از جزء جرمی استفاده می کنیم، یعنی:

$$X_1 = \frac{x_1}{1-x_1} = \frac{0.4}{0.6} = 0.66$$

III) در ضمن داریم:

$$R_s = 100(1-x_1) = 60\, {}^{lb}/_{hr}$$

$$E_s = 50(1-y_1) = 50\, {}^{lb}/_{hr}$$

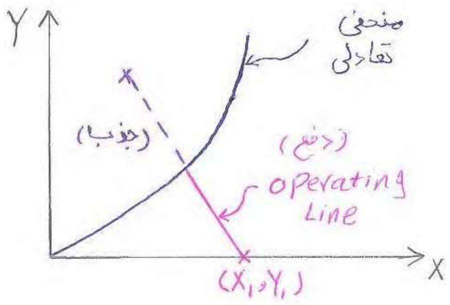
$$\frac{0 - Y_2}{0.66 - X_2} = -\frac{60}{50}$$

$$Y_2 = 1.2(0.66 - X_2)$$

بنابراین اگر منحنی تعادل را داشته باشیم، می‌توانیم این خط را روی آن نشان دهیم.

توجه: در صورتیکه دو جریان هم سو، بیشترین زمان تماس را داشته باشند، جریانهای خروجی می‌توانند در حال تعادل باشند.

توجه: در صورتیکه جهت انتقال جرم عوض شود، آنگاه خط کار یا operating line در سمت دیگر منحنی تعادل واقع خواهد شد. یعنی:



انواع جریانها عبارتند از:

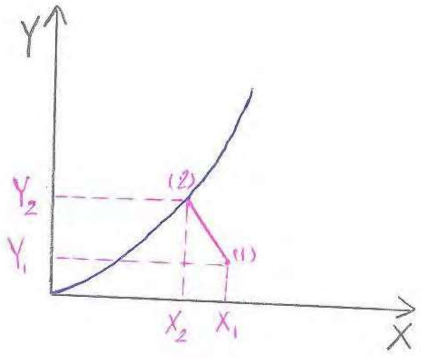
۱) جریانهای موازی یا Co-current

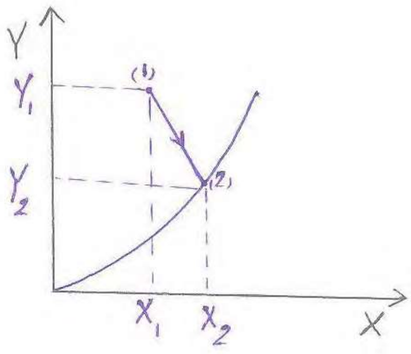
۲) جریانهای متقاطع یا cross- current (cascade)

۳) جریانهای متقابل یا counter- current

کاربرد خط کار در حل مسائلی که در آن یک جز نفوذ کننده (Diffusing) از فازی به فاز دیگر منتقل می‌شود.

- برای به دست آوردن خط کار در حالت co-current از اجزای ثابت یعنی E_s و R_s کمک گرفته و با استفاده از موازنه مواد رابطه را تعیین نموده که منحنی آن به یکی از صورتهای زیر بود:

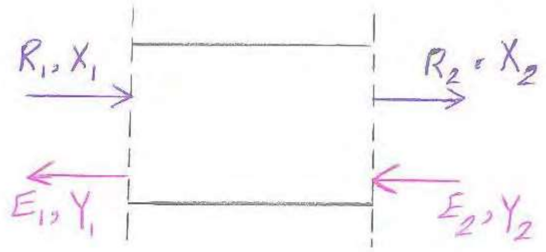




در هر دو حالت ملاحظه می‌شود که خروجی به سمت حالت تعادل پیش می‌رود، زیرا وقتی که زمان تماس جریانها زیاد باشد انتظار خواهیم داشت که خروجی از دستگاه به حالت تعادل رسیده باشد و چون جریانها هم جهت می‌باشند بالاتر از حالت تعادل امکان پذیر نیست.

شبیه به خط کار بالا را برای اجزای Non-Diffusing (یعنی $-\frac{R_s}{E_s}$) بر خلاف عبارت بالا معلوم خواهد بود که غلظتهای خروجی را با علم بر غلظتهای ورودی و منحنی تعادل به دست خواهیم آورد.

درصورتیکه سیستم دارای جریانهای متقابل باشد، شکل روبه‌رو را داریم:



$$R_1\mathrm{x}_1 + \mathrm{E}_2\mathrm{y}_2 = \mathrm{E}_1\mathrm{y}_1 + \mathrm{R}_2\mathrm{x}_2$$

مجدداً از اجزای ثابت که کمک بگیریم، خواهیم داشت:

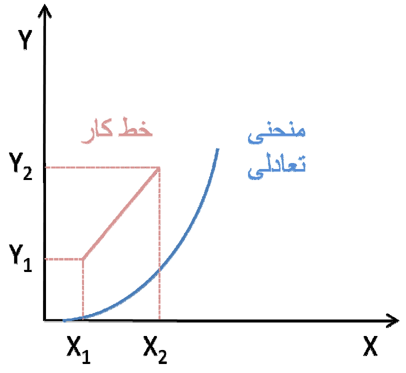
$$R_s = R_1(1 - x_1) = R_2(1 - x_2)$$
$$E_s = \mathrm{E}_1(1 - y_1) = E_2(1 - y_2)$$

بنابراین رابطه موازنه جرم بالا خواهد بود:

$$\mathrm{R_s}\left(\frac{x_1}{1-\mathrm{x}_1}\right) + \mathrm{E_s}\left(\frac{y_2}{1-\mathrm{y}_2}\right) = \mathrm{R_s}\left(\frac{x_2}{1-\mathrm{x}_2}\right) + \mathrm{E_s}\left(\frac{y_1}{1-\mathrm{y}_1}\right)$$

یا اینکه:

$$R_s\mathrm{X}_1 + \mathrm{E_s}\mathrm{Y}_2 = \mathrm{R_s}\mathrm{X}_2 + \mathrm{E_s}\mathrm{Y}_1$$
$$\frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} = \frac{R_s}{E_s}$$



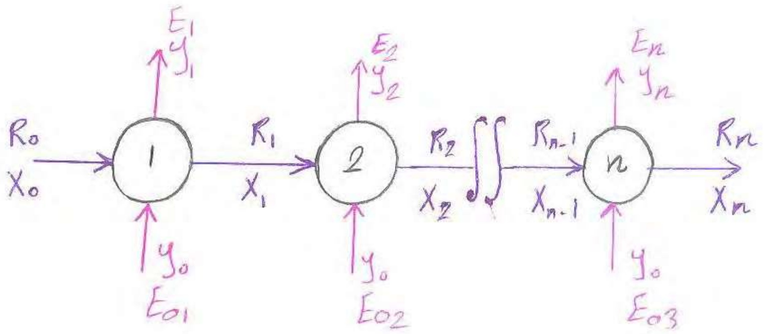
در اینجا متوجه می‌شویم که خط بالا هیچ تمایلی به نزدیک شدن به سمت تعادل ندارد و در یکی از دو طرف منحنی واقع میشود. بنابراین:

توجه: علت اینکه خط تعادل تمایلی به نزدیک شدن به حالت تعادل را ندارد اینست که خود ما با مختلف الجهت گرفتن جریانها، عملا تعادل را به هم می‌زنیم.

توجه: با اینکه سیستم‌های جریان متقابل ممکن است هرگز به تعادل نرسند، اما از بابت کارایی همیشه بر سیستم های جریان موازی (هم‌جهت) ترجیح داده می‌شوند چراکه معادل چندین مرحله در سیستم های موازی میباشند.

Cascade: مجموعه ای از چند جریان متقاطع می‌باشند که پشت سر هم قرار می‌گیرند و بیشتر در استخراج از نوع مایع-جامد یا مایع- مایع به کار گرفته می‌شوند.

شمای یک cascade متشکل از n مرحله:



محاسبات مربوط به خط کار یا خط تبادل (operating line):

در این مجموعه می‌توان مراحل را هم به صورت ناپیوسته Batch و هم به صورت پیوسته continuous به یکدیگر مربوط نموده و ارتباط بین واحدها فقط از طریق یک جریان صورت خواهد گرفت و روی همین اصل به راحتی میتوان این "یک جریان" ارتباطی را قطع و یا وصل نموده و به بیان دیگر مراحل را کاهش یا افزایش داد.

یکی از جریانها را با (Reffinate) R و دیگری را با (Extract) E نشان می‌دهیم. و طبق قرارداد جریان خروجی از هر مرحله اندیس همان مرحله را می‌گیرد. اما در مورد جریان‌های ورودی اندیس گذاری اختیاری می‌باشد. در مورد غلظت‌ها هم به ترتیب فوق عمل خواهیم کرد.

مثال:

حال به عنوان مثال استخراج استون از آب به کمک حلال بنزن را در یک مجموعه چند مرحله‌ای در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم در مراحل مختلف از بنزن خالص استفاده شده باشد. یعنی: $y_0=0$.

توجه: چون حلال مصرفی در تمامی واحدها یکسان می‌باشد، بنابراین غلظت آن در تمام مراحل برابر y_0 خواهد بود.

حالا اگر سرعت حلال مصرفی در مراحل مختلف مساوی $50\ lb_m.hr^{-1}$ باشد، با استفاده از سه مرحله چند درصد استون از سیستم زیر می‌توان استخراج نمود؟

اطلاعات تعادلی داده شده است:

$$x_0 = 0.4\,, \qquad R_0 = 100\frac{lbm}{hr}$$

$$y_0 = 0, \qquad E_{01} = E_{02} = \cdots = E_{0n} = 50\frac{lbm}{hr}, \qquad n = 3$$

$$y_A = 0.5\sqrt{x_A}$$

برای حل این مسئله لازم است در مورد هر مرحله معادله خط کار را بنویسیم:

$E_s =$ سرعت بنزن خالص

$R_s =$ سرعت آب خالص

$$R_0x_0 + E_{01}y_0 = R_1x_1 + E_1y_1$$

$$R_s = R_0(1-x_0) = R_1(1-x_1)$$

$$E_s = E_{01}(1-y_0) = E_1(1-y_1)$$

$$R_sX_0 + E_sY_0 = R_sX_1 + E_sY_1$$

$$X_0 = \frac{x_0}{1-x_0}\,, Y_0 = \frac{y_0}{1-y_0}$$

$$\frac{Y_1 - Y_0}{X_1 - X_0} = -\frac{R_s}{E_s}$$

به همین ترتیب برای مراحل دوم و سوم نتیجه می‌دهد:

$$\frac{Y_2 - Y_0}{X_2 - X_1} = -\frac{R_s}{E_s}$$

$$\frac{Y_3 - Y_0}{X_3 - X_2} = -\frac{R_s}{E_s}$$

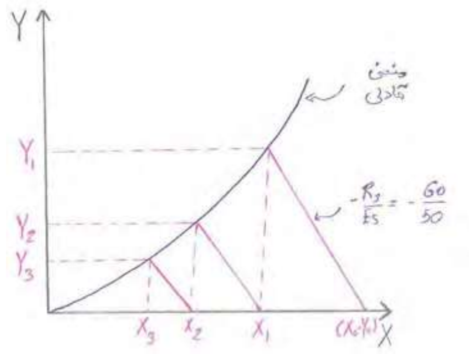
در اینجا تنها چیزی که تغییر نکرده است y_0 است زیرا حلالی را که ما استفاده کرده‌ایم ثابت بوده‌است که یک منبع تغذیه حلال برای کل سیستم داریم و خوراک هر مرحله نیز خروجی مرحله قبلی می‌باشد. بنابراین:

$$\mathrm{X}_0 = \frac{x_0}{1 - \mathrm{x}_0} = \frac{0.4}{1 - 0.4} = \frac{2}{3}$$

$$R_s = \mathrm{R}_0(1 - \mathrm{x}_0) = 100(1 - 0.4) = 60\,\frac{\mathrm{lbm}}{\mathrm{hr}}$$

$$E_s = \mathrm{E}_{01}(1 - \mathrm{y}_0) = 50(1 - 0) = 50\,\frac{\mathrm{lbm}}{\mathrm{hr}}$$

حالا منحنی تعادل را در نظر بگیریم:

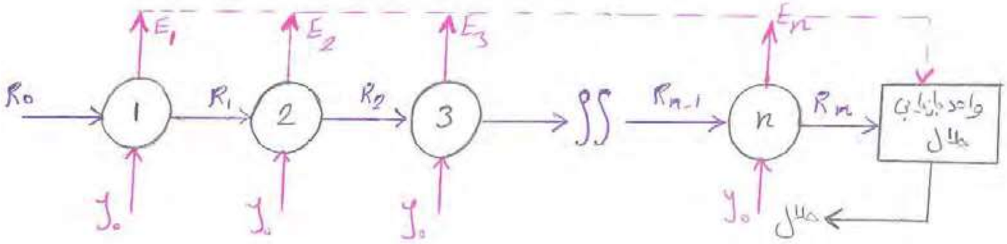


مقدار استون باقی‌مانده در مرحله آخر − مقدار استون اولیه = مقدار استون استخراج شده

$$[R_0\mathrm{x}_0] - [\mathrm{R}_3\mathrm{x}_3] = \mathrm{R}_s\mathrm{X}_0 - \mathrm{R}_s\mathrm{X}_3 = \mathrm{R}_s(\mathrm{X}_0 - \mathrm{X}_3)$$

$$\%\text{استخراج} = \frac{\text{مقدار استخراج شده}}{\text{مقدار اولیه}} \times 100 = \frac{R_s(X_0 - X_3)}{R_s X_0} \times 100 = (1 - \frac{X_3}{X_0}) \times 100$$

توجه: در سیستم‌های استخراج جریانهای E_1، E_2، .... و E_n را که در بالا جریان دارند با هم جمع کرده و به واحد جداسازی حلال می‌فرستند تا حلال بازیابی شده و مجدداً در سیستم بازگشت داده شود. مجموعه این جریانها را فاز استخراج مرکب یا composited extract می‌نامند. به بیان دیگر:

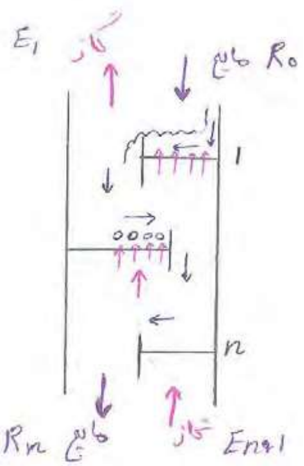


همانطور که ملاحظه می‌شود چون حلال فقط از یک منبع تغذیه می‌شود لذا ثابت بودن y_0 در تمام مراحل فرضی نادرست نمی‌باشد و علت اینکه غلظت حلال را y_0 در نظر گرفته‌ایم اینست که در واحد بازیابی حلال ممکن است مقداری محلول (مثلا استون) در حلال باقی بماند، چراکه عمل تفکیک ۱۰۰٪ امکان پذیر نمی‌باشد.

پس سیستم cascade همان سیستم multi-Stage Cross-current (جریانهای متقاطع چند مرحله ای) می‌باشد.

سیستم‌های جریان متقابل چند مرحله‌ای Multi-Stage Counter-Current:

در این مورد ابتدا بایستی دستگاههای مربوط به این قبیل سیستم‌ها را بشناسیم. چنین سیستم‌هایی عمدتاً نظیر برجهای تقطیر می‌باشند و شمای کلی دستگاه به صورت زیر خواهد بود:

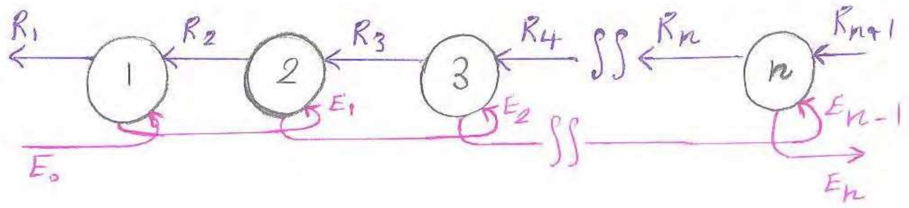


اگر محلول یا مایع از بالا وارد شود، محل‌های ریزشی به نام ناودان(down-commer) برای آن وجود خواهد داشت و ضمناً گاز نیز از پایین وارد خواهد شد. در هر مرحله میبایستی گاز و مایع در تماس با یکدیگر باشند و برای تماس بهتر این جریانها بایستی صفحات مشبک بوده و یا اجزای دیگری به آنها متصل باشد تا گاز را بصورت حباب در آورده و در مایع پخش نماید.

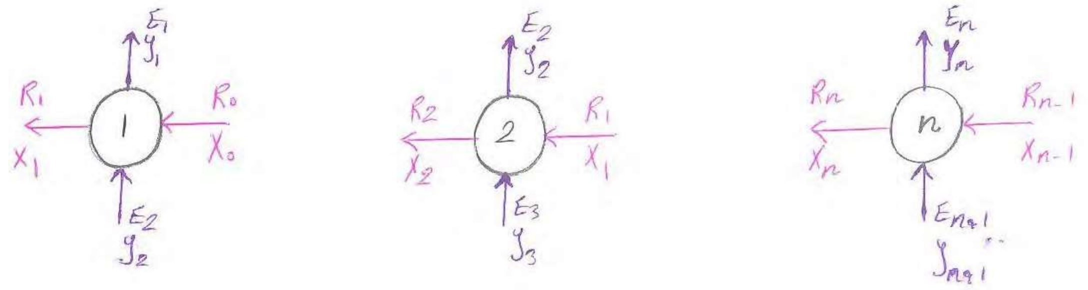
در اثر عبور حبابهای گاز از منافذ صفحات و وارد شدن آنها در مایع توده کف آلودی به نام Froth ایجاد خواهد شد که سبب انتقال جرم بین گاز و مایع میگردد. البته Froth به همین صورت روی صفحه باقی نخواهد ماند و پس از مدتی حبابها و مایع به علت اختلاف دانسیته از یکدیگر جدا خواهند شد.

اگر چهارچوب کلی ستون را مورد مطالعه قرار دهیم ملاحظه خواهیم کرد که با یک جریان متقابل روبه رو می‌باشیم ولی در داخل سیستم چندین مرحله داریم و روی همین اصل نیز سیستم را تحت عنوان Multi-Stage Counter-Current نام گذاری کرده‌اند. همانطور که ملاحظه می‌شود برخورد گاز و مایع به صورت متقاطع در هر مرحله می‌باشد.

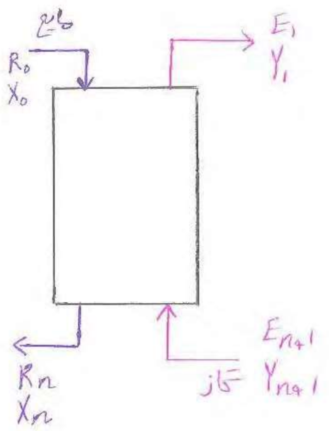
بنابراین برای نشان دادن این قبیل سیستم ها چنین عمل می‌کنیم:



که اگر مراحل را بطور مجزا در نظر بگیریم خواهیم داشت:



می بینیم که در مورد مرحله شماره ۲، یک مایع از ناودان شماره ۱ می‌آید (R_1) و یک گاز از مرحله شماره ۳ وارد می‌شود (E_3) در اثر تماس این دو جریان، Froth ایجاد میشود و پس از جدا شدن کف در حال تعادل دو جریان خروجی E_2 و R_2 را خواهیم داشت که E_2 به سمت مرحله شماره ۱ خواهد رفت و R_2 به سمت مرحله شماره ۳ در حال حرکت خواهد بود.



بنابراین در مورد کل سیستم خواهیم داشت:

پس، ابتدا معادله خط کار در مورد کل سیستم را می‌نویسیم:

$$E_{n+1}y_{n+1} + R_0x_0 = E_1y_1 + R_nx_n$$

حالا برای روشنتر شدن مسئله، مثال جداسازی آمونیاک از هوا توسط آب را در نظر بگیرید:

برای هوای خالص Non-Diffusing

$$E_s = E_{n+1}(1 - y_{n+1}) = \cdots = E_1(1 - y_1)$$

برای آب خالص

$$R_s = R_0(1 - x_0) = \cdots = R_n(1 - x_n)$$

و بنابراین در کل می‌توان نوشت:

$$E_sY_{n+1} + R_sX_0 = E_sY_1 + R_sX_n$$

$$\frac{Y_1 - Y_{n+1}}{X_0 - X_n} = \frac{R_s}{E_s}$$

$$\frac{Y_{n+1} - Y_1}{X_n - X_0} = -\frac{R_s}{E_s}$$

پس مشاهده میشود که خط مذکور از دو نقطه (X_0, Y_1) در بالای برج و (X_n, Y_{n+1}) در پایین برج با شیب R_s/E_s خواهد گذشت. نتیجتاً در مورد مراحل مختلف نیز می‌توان معادله خط کار را بدست آورد. یعنی:

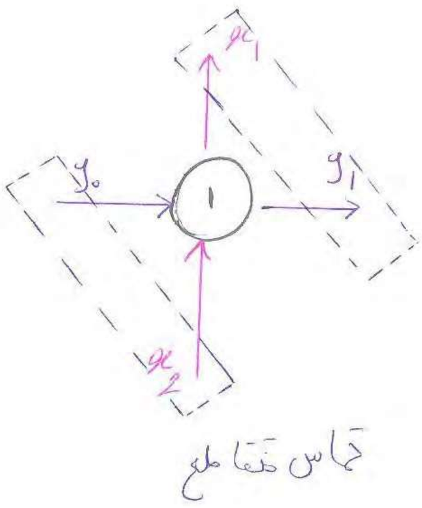
$$\frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_0} = -\frac{R_s}{E_s}$$

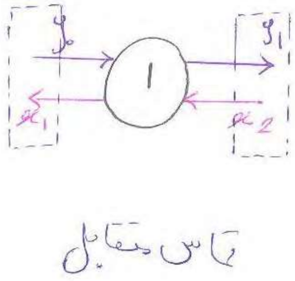
$$\frac{Y_2 - Y_3}{X_2 - X_1} = -\frac{R_s}{E_s}$$

$$\frac{Y_n - Y_{n+1}}{X_n - X_{n-1}} = -\frac{R_s}{E_s}$$

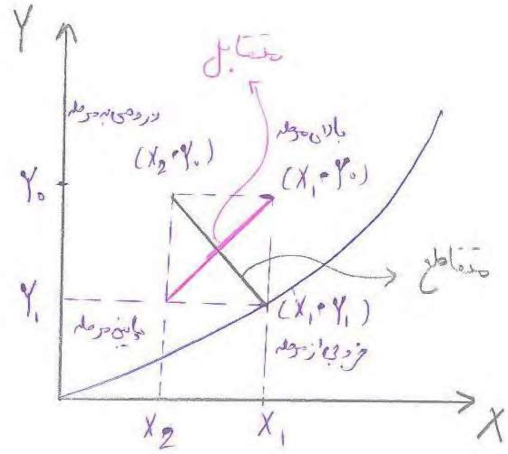
با داشتن معادله خط کار کلی و معادلات خطوط کار مراحل مختلف و همچنین اطلاعات در مورد ابتدا و انتهای سیستم راه حلی را به صورت زیر برای تعیین تعداد مراحل جداسازی ارائه می‌دهیم.

برای تعیین تعداد مراحل؛ مرحله اول را به دو صورت متقاطع و متقابل در نظر می‌گیریم چنانکه:





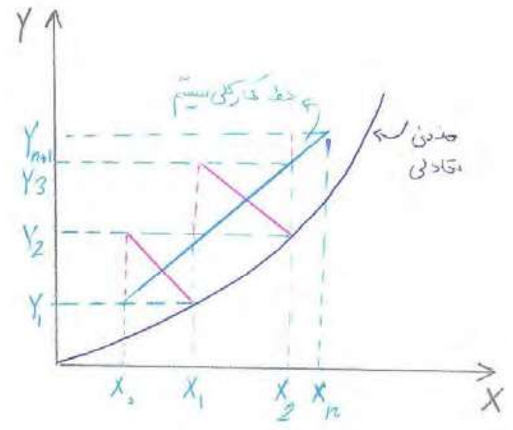
در هر دو حالت غلظتهای مختصاتی (x_1, y_1) خارج و (x_2, y_0) وارد می‌شوند. حال اگر دقت کنیم می‌بینیم: y از y_0 به y_1 و x از x_2 به x_1 حرکت میکند.

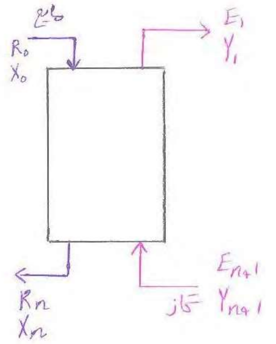


بنابراین اقطار مربع حاصله از طریق یک ضلع و دو زاویه با یکریگر برابر می‌باشند پس $(X_1, Y_0) \rightarrow (X_2, Y_1)$ میرود یک مرحله بحساب می‌آید.

اگر منحنی تعادلی به صورت زیر باشد، بین منحنی تعادلی و خط کار کلی سیستم که با داشتن معلومات مربوط به ابتدا و انتهای سیستم می‌توان آنرا رسم نمود، خطی را از نقطه (X_0, Y_1) به موازات محور xها رسم میکنیم تا منحنی تعادلی را قطع کند و از آنجا خطی به موازات محور yها رسم میکنیم تا خط کار را قطع کند و این کار را ادامه می‌دهیم و تعداد پله‌های به دست‌آمده همان تعداد مراحل جداسازی برای سیستم از لحاظ تئوری خواهد بود. بنابراین:

علت این پیشنهاد کاملا واضح است. اگر معادلات خطوط کار را برای تک تک مراحل سیستم بنویسیم، می‌بینیم که مثلاً در مورد مرحله ۱، خط کار از نقاط (X_1, Y_1) و (X_0, Y_2) خواهد گذشت و ملاحظه میشودکه قطر مستطیلهای به دست‌آمده در شکل همان خطوط کار مربوط به هر مرحله مربوطه می‌باشد.





مثال: می‌خواهیم ستون جذبی را برای جداسازی زیر به صورت متقابل counter current طراحی کنیم.

داده های مسئله:

گاز ورودی: مخلوط هوا و SO_2 که دارای ۱۰٪ مولی SO_2 است.

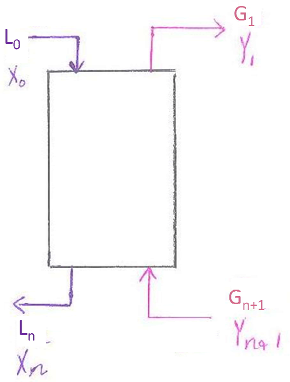
مایع ورودی : آب خالص

شدت گاز ورودی: ۱۰۰lbmole/hr، شدت آب ورودی : ۸۰lbmole/hr.

در این ستون جذب می‌خواهیم ۹۰٪ از SO_2 را جذب کنیم. تعداد مراحل تئوری یا تعادلی سیستم برای این ستون را محاسبه نمایید؟

در این قبیل مسائل منحنی تعادلی در شرایط آزمایش به ما داده خواهد شد.

فرض کنیم برج جذب ما دارای n مرحله باشد. y_{n+1} عبارت است از جز مولی SO_2 در گاز ورودی و G_{n+1} سرعت جرمی جریان گاز ورودی می‌باشد. از طرفی L_0 سرعت جرمی جریان مایع و x_0 جز مولی SO_2 در مایع ورودی می‌باشد. بنابراین به طور کلی شمای زیر را داریم:



در ابتدا معادله خط کار کلی سیستم را می‌نویسیم:

$$G_sY_{n+1} + L_sX_0 = G_sY_1 + L_sX_n$$

$$\frac{Y_{n+1} - Y_1}{X_n - X_0} = \frac{L_s}{G_s}$$

$$L_S = L_0(1 - x_0) = L_0$$

$$G_s = G_{n+1}(1 - y_{n+1}) = 100(1 - 0.1) = 90\frac{\text{lbmole}}{\text{hr}}$$

چون مسئله گفته که ۹۰٪ گاز SO_2 جذب می‌شود پس میتوان غلظت SO_2 در گاز خروجی را تعیین نمود، یعنی:

$$G_1y_1 = 0.1(G_{n+1}y_{n+1})$$

چون G_n و G_{n+1} دو مقدار متفاوت می‌باشند، هر دوی آنها را بر حسب G_s یعنی جز غیرنفوذ کننده مینویسیم تا بتوانند مساوی باشند. به بیان دیگر:

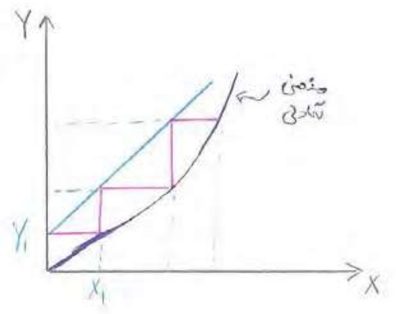
$$\left(\frac{G_s}{1 - y_1}\right)y_1 = (1 - 0.9)\frac{G_s}{1 - y_{n+1}}y_{n+1}$$

$$Y_1 = 0.1Y_{n+1}$$

$$Y_1 = \frac{0.1}{1 - 0.1} = 0.11$$

$$\frac{Y_1 - Y_{n+1}}{X_n - X_0} = \frac{L_s}{G_s} = \frac{80}{90}$$

نهایتاً با داشتن منحنی تعادلی، خط کار مربوطه را رسم می‌کنیم:



همانطور که ملاحظه می‌شود، ۳ مرحله تئوری لازم است.

این نوع محاسبات را به اصطلاح Step-wise calculation یا روش پله‌ای برای محاسبه تعداد مراحل در یک سیستم گویند که تعداد مراحل به خطوط کار و منحنی تعادلی مربوط می‌شود و ما در مسئله قبل به جای استفاده از خطوط کار هر مرحله از خطوط کار کلی استفاده کردیم.

علاوه بر روش فوق در سیستمهایی که منحنی تعادل به صورت خط میباشد می‌توان تعداد مراحل را توسط معادلات به این خط و خط کار کلی سیستم مربوط کرد. این روش به نام روش Kremser- Brown- Sonders معروف است و این افراد در واقع با حل معادلات مربوط با این پله‌ها که بین دو خط می‌توان کشید روابطی ارائه نموده‌اند که با توجه به آنها می‌توان مستقیماً تعداد مراحل را تعیین نمود.

در روابطی که در این مورد ارائه شده‌اند نیاز به شیب خط تعادل و شیب خط کار خواهیم داشت و لذا از ضریبی به ضریب جذب (Absorption factor) که به صورت زیر تعریف و با حرف A نشان داده می‌شود استفاده خواهیم کرد.

$$A = \frac{\text{شیب خط کار}}{\text{شیب منحنی تعادلی}}$$

عکس ضریب جذب را ضریب دفع (Stripping factor) نامیده و با حرف S نشان می‌دهند.

$$S = \frac{1}{A}$$

پس در فرایندهایی که با عمل جذب سر و کار داشته باشیم برای پیدا کردن تعداد مراحل از ضریب A و در مواردی که با عمل دفع سر و کار داشته باشیم از ضریب S استفاده خواهیم نمود.

شرط استفاده از معادله Kremser- Brown- Sonders این است که A یا S مقادیر ثابتی باشند و یا اگر قرار باشد که ثابت نباشند، تغییرات آنها در طول ستون بسیار ناچیز باشد تا بتوان از رابطه زیر استفاده کرد و A_{av} را محاسبه نمود.

$$A_{av} = \sqrt{A_{top} . A_{bottom}}$$

همانطور که ملاحظه می‌شود متوسط ضریب جذب قسمتهای بالا و پایین برج را به صورت A_{av} ارائه می‌دهند.

منحنی تعادل همیشه از نقطه (۰و۰) خواهد گذشت زیرا اگر غلظت جزئی در یکی از فازها صفر باشد این جز نخواهد توانست که در فاز دیگر انتقال پیدا کند.

مسئله : نتایج تجربی برای جذب سطحی بخار بنزن توسط گونه ویژه‌ای از کربن فعال در $33.3^{o}C$ به قرار زیر است:

حجم بخار بنزن جذب شده cm^3/gr (STP))	۱۵	۲۵	۴۰	۵۰	۶۵	۸ ۰	۹ ۰	۱ ۰۰
فشار بخار بنزن در گاز (mmHg)	۰۰۱ ۰/۰	۰۰۴ ۰/۵	۰۲۵ ۰/۱	۱۱ ۰/۵	۲۵ ۰/۱	۰ ۱/۰	۸ ۲/۱	۸ ۷/۲

الف)می‌خواهیم ۹۵٪ از بنزن موجود در مخلوطی از گاز ازت و بخار بنزن را که غلظت بنزن در آن یک درصد حجمی است، جدا کنیم. برای این منظور این مخلوط را با شدت ۱۰۰ فوت مکعب در دقیقه با جریان متقابل از روی بستر متحرکی از کربن فعال که قادر به جذب ازت نمی‌باشد عبور می‌دهیم. غلظت بنزن در کربن ورودی به دستگاه معادل ۱۵ سانتی‌متر مکعب بنزن به ازای هر گرم کربن است. درجه حرارت و فشار در تمام نقاط دستگاه ثابت و به ترتیب برابر با $33.3^{o}C$ و ۱ اتمسفر می‌باشد. حداقل کربن مورد نیاز در هر ساعت را پیدا کنید. چنانچه در عمل دو برابر حداقل ممکن کربن مصرف شود، غلظت بنزن را در کربنی که از دستگاه خارج می‌شود را تعیین نمائید.

ب) می‌خواهیم غلظت بنزن را در کربنی که در هر گرم آن ۱۰۰ سانتی‌متر مکعب بخار بنزن وجود دارد کاهش داده، به ۵۵ سانتی‌متر مکعب بر گرم برسانیم برای این منظور از فرایند پیوسته جریان متقابلی که در آن کربن با شدت ۱۰۰ پوند در ساعت وارد شده و در معرض جریان مخالف گاز ازت در فشار ۱ اتمسفر و ^{o}C ۳۳/۳ قرار می‌گیرد، استفاده می‌نماییم. ازت ورودی به دستگاه خالص است. حداقل مقدار ازت مورد نیاز را بر حسب فوت مکعب بر ساعت پیدا کنید. چنانچه مصرف واقعی ازت دو برابر این مقدار باشد، غلظت بنزن در گاز خروجی چقدر خواهد بود؟ تعداد مراحل ایده آل در این فرایند را بیابید.

دریک ظرف مخلوطی از N_2 و بخارات بنزن و در ظرف دیگر کربن فعال داریم. کربن فعال به عنوان یک جاذب قادر است که بخارات بنزن را جذب کند بدون اینکه N_2 را جذب نماید.

برای حل مسئله میبایست منحنی تعادل را به صورت وضعیت مورد نظر درآوریم. ما معمولاً در اینجا منحنی تعادلی را بر حسب X و Y داریم که می‌تواند برا اساس جز مولی یا جرمی باشد.

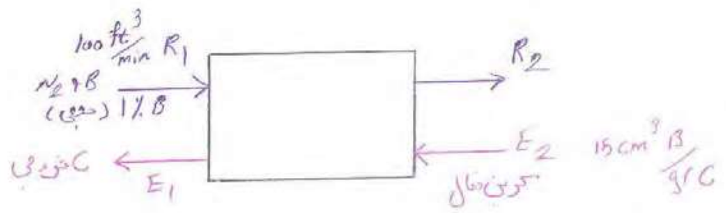
در اینجا چون با گرم کربن سر و کار داریم کافیست حجم بنزن را نیز به گرم تبدیل کنیم.

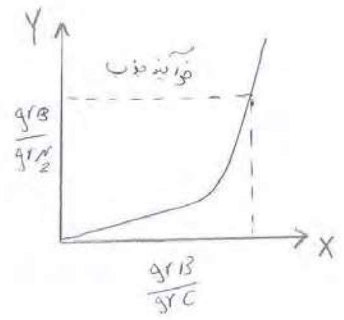
چون فشار بخار جزئی بنزن در فاز گاز معلوم می‌باشد خواهیم داشت:

$$\text{نسبت مولهای بنزن به مولهای ازت} = \frac{0.0010}{760 - 0.0010}$$

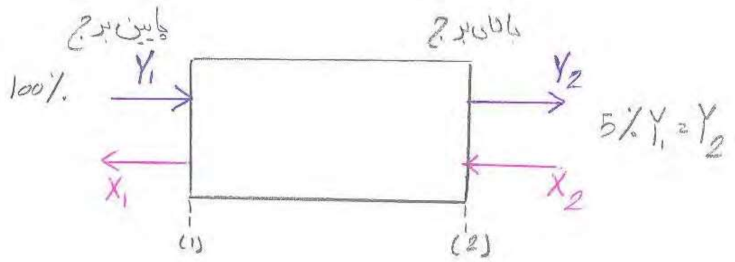
و نسبت جرمی را هم با وارد کردن جرم‌های مولکولی به دست آورده و با توجه به داده های تعادلی، منحنی را رسم می-کنیم.

الف)





در اینجا سعی می‌کنیم با پیدا کردن X_1, X_2, Y_1, Y_2 معادله خط تبادل سیستم را تعیین نمائیم.



$$X_2 = \frac{15cm_B^3}{gr_C} \times \rho_B = \frac{15cm_B^3}{gr_C} \times \frac{PM_B}{RT}$$

$$X_2 = 0.052\, {gr_B}/{gr_C}$$

$$\mathrm{Y_1} = \frac{0.01}{1-0.01} \times \frac{78}{28} = \frac{1-0.99}{0.99} = 0.028\frac{\mathrm{gr_B}}{\mathrm{gr_{N_2}}}$$

$$\mathrm{Y_2} = \mathrm{Y_1} \times (1-0.95) = 0.05\mathrm{Y_1} = 0.05 \times 0.028 = 0.00114$$

X_1 را هنوز نمی‌دانیم.

جز نفوذ نکننده در گاز ورودی G_s و در جامد ورودی L_s می‌باشد.

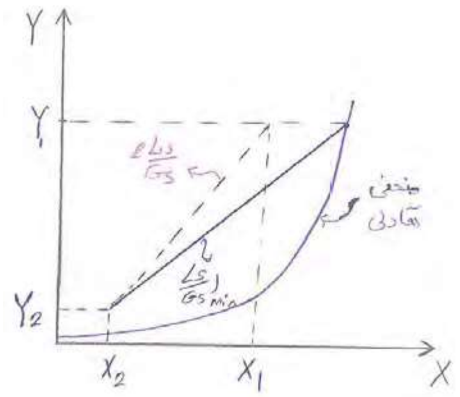
می دانیم که ۹۵٪ بنزن ورودی جذب میشود پس خواهیم داشت:

$$\mathrm{G_S Y_2} = (1-0.95)\mathrm{G_s Y_1} \quad ; \quad \mathrm{Y_2} = 0.05\mathrm{Y_1}$$

پس معادله خط کار خواهد بود:

$$\frac{\mathrm{Y_1} - \mathrm{Y_2}}{\mathrm{X_2} - \mathrm{X_1}} = \frac{\mathrm{L_s}}{\mathrm{G_s}}$$

از نقطه (X_2, Y_2) میتوان بی نهایت خط گذراند و از آنجا که ما حداقل سرعت کربن ورودی را می خواهیم پس بایستی $\frac{L_s}{G_s}$ حداقل باشد. روی همین اصل از نقطه Y_1 خطی بع موازات محور افقی زسم می کنیم تا منحنی اعادلی را قطع نماید و سپس از نقطه (X_2, Y_2) به این نقطه وصل کرده که نتیجتاً خط حاصله دارای $\left(\frac{L_s}{G_s}\right)_{min}$ خواهد بود، یعنی به بیان دیگر:



با توجه به مقادیر بالا:

$$\left(\frac{L_s}{G_s}\right)_{min} = 0.09$$

و اما:

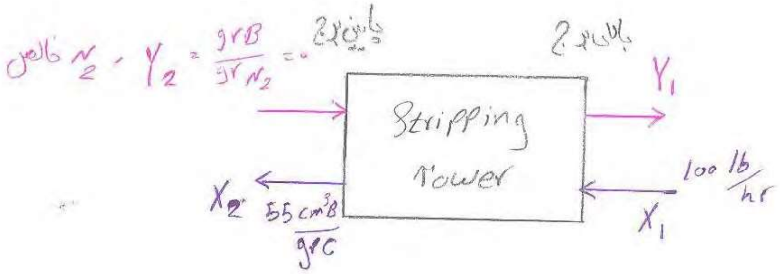
$$G_s = 100\frac{ft^3}{min} \times 60\frac{min}{hr} \times (1-0.01) = 5940\frac{ft^3}{hr}$$

$$\rho_{N_2}\big|_{1atm,33.2^oC} = 0.0877\frac{lbm}{ft^3} \quad ; \quad G_s\rho_{N_2} = 5940 \times 0.0877 = 521\frac{lbm}{hr}$$

$$\text{From}\left(\frac{L_s}{G_s}\right)_{min} : \ L_{s,min} = 0.09 \times 521 = 46\frac{lbm}{hr}$$

توجه شود که در عمل سرعت کربن مصرفی از لین مقدار بایستی بیشتر باشد. اگر دو برابر مقدار حداقب کربن مصرف شود آنگاه شیب خط کار کلی سیستم که دو برابر شودو نتیجتاً می‌توان X_1 را از روی منحنی به دست آورد.

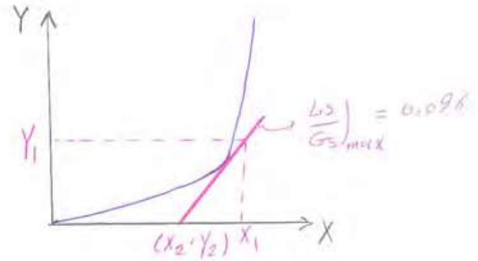
ب) در این قسمت از ما خواسته شده است که بجای ستون جذب، ستون دفع را در نظر گیریم و کربن فعال را بازیابی نمائیم. در اینجا حداقل سرعت ازت مصرفی از ما خواسته شده است. مجدداً با دخالت دادن دانسیته ها می توان X ها و Yها را تعیین نمود. به بیان دیگر:



$$\frac{Y_1 - Y_2}{X_2 - X_1} = \frac{L_s}{G_s}$$

در این حالت $(G_s)_{min}$ را می خواهیم که به بیان دیگر می توان گفت $\left(\frac{L_s}{G_s}\right)_{max}$ را میخواهیم. چون عمل دفع معکوس عمل جذب است، پس خط کار زیر منحنی تعادل خواهد بود.

از نقطه (X_2, Y_2) می توان خطی رسم کرد که به منحنی تعادل مماس بوده تا که $\left(\frac{L_s}{G_s}\right)_{max}$ حاصل شود. از نقطه X_1 خطی به موازات محور Yها رسم میکنیم تا خط مماس را که از نقطه (X_2, Y_2) بر منحنی تعادل رسم شده قطع نماید و از



آنجا Y_1 به دست خواهد آمد.

$$x_1 = \frac{X_1}{1 + X_1} = \frac{0.346}{1 + 0.346} = 0.258$$

$$L_s = 100(1 - 0.258) = 74.18 \,{}^{lbm}/_{hr}$$

$$(G_s)_{min} = \frac{L_s}{(L_s/G_s)_{max}} = \frac{74.18}{0.096} = 772.7 \,{}^{lbm}/_{hr}$$

صفحات 59-a تا 59-e

در اینجا به حل مسئله ای می‌پردازیم:

با اندازه گیری میزان حل شدن بعضی بلورهای خشک در آبهای مخازن بهم زننده، پارکر و تریبال رابطه زیر را برای پیشبینی ضریب انتقال جرم در این موارد بدست آورده‌اند:

$$\frac{K_{L,av}.T}{D_{AB}} = 0.052Re_S^{0.833}Sc^{0.5}$$

که در اینجا T قطر مخزن بوده و Re_S عدد رینولدز مربوط به همزن مخزن میباشند. ضریب انتقال جرم مطابق معادله $N_A = k_x(x_{A1} - x_{A2}) = k(C_{A1} - C_{A2})$. با در نظر گرفتن C_{A1} بعنوان حلالیت بلور در آب و C_{A2} بعنوان غلظت آن در توده برحسب محاسبه شده است.

در مخزن به قطر '3 و عمق '4، 1250lbm آب را به کمک همزنی به قطر "8 بهم می‌زنیم. عدد رینولدز مربوطه، 10^5 است. چنانچه 250lbm از بلورهای سولفات مس را به صورت گلوله‌های کروی به قطر "0.25 است در درون مخزن رها کنیم. مطلوب است:

۱) شدت اولیه حل شدن بلورها در آب بر حسب lbm/hr ؟

۲) زمان لازم را برای اینکه تنها 10lbm از بلورهای مزبور در مخزن باقی مانده باشد؟

۳) زمان لازم برای اینکه تمامی بلورها حل شوند را بدست آورید؟

توجه داشته باشید که:

درجه حرارت در داخل مخزن در 20oC ثابت می‌ماند. در این درجه حرارت ضریب نفوذ سولفات مس در آب $0.73*10^{-5}$ cm^3/sec بوده و جرم ویژه بلور (همراه با آب تبلور) $143lbm/ft^3$ و حلالیت آن در آب بر حسب جز مولی برابر 0.0229 میباشد. در شرایط موجود فرض بر این است که ویسکوزیته و جرم ویژه محلول در تمامی مدت ثابت و به ترتیب برابر با 1CS و $62.4lb/ft^3$ میباشد. در ضمن بلورها ضمن حل شدن در آب شکل کروی خود را از دست نمی‌دهند و نیز ضریب انتقال جرم با تغییر اندازه بلورها تغییری نکرده و بازای اندازه‌های مختلف بلور ثابت باقی خواهد بود.

در قسمت الف، سرعت اولیه یعنی سرعت حل شدت اولیه بلورها را خواسته است. در لحظه اولیه اندازه بلورها تغییری نکرده و محلول داخل مخزن هنوز آب خالص خواهد بود. در ضمن، می‌توان حالت را یکنواخت (steady) گرفت در صورتیکه در قسمت ب، دانسیته سیستم با حل شدن بلورها لحظه به لحظه تغییر میکند و حالت سیستم ناپایدار یا unsteady خواهد بود. بنابراین:

$$N_A = k_L(C_{A1} - C_{A2})$$

$$N_A = \frac{N_A}{\sum_i N_i} F \ln\left[\frac{\frac{N_A}{\sum N_i} - \frac{C_{A2}}{C}}{\frac{N_A}{\sum_i N_i} - \frac{C_{A1}}{C}}\right]$$

می‌دانیم که 250lbm بلور داریم که دانسیته‌اش مشخص است، پس میتوان سطح کل بلورها را بشکل زیر محاسبه کرد:

مساحت کل بلورها = (سطح یک بلور)*(تعداد کل بلورها)

که در اینجا:

$$\text{تعداد کل بلورها} = \frac{\text{حجم کل بلورها}}{\text{حجم یک بلور}} = \frac{m/\rho}{\pi d^3/6}$$

حالا می‌دانیم که در قسمت الف مسئله: $C_{A2}=0$. در صورتیکه در قسمت ب مسئله C_{A2} ما بقی از جرم سولفات مس حل‌شده در آب می‌باشد.

$$\text{حجم کل بلورها} = V = \frac{250\text{lbm}}{143\ \text{lbm/ft}^3} = 1.75\text{ft}^3$$

$$\text{حجم یک دانه بلور} = V_1 = \frac{\pi d^3}{6} = \frac{\pi}{6}\left(\frac{1}{4\times 12}\right)^3 = 4.73 * 10^{-6}\frac{\text{ft}^3}{\text{بلور}}$$

$$\text{تعداد کل بلورها} = \frac{1.75\ \text{ft}^3}{4.73 * 10^{-6}\ \frac{\text{ft}^3}{\text{بلور}}} = 370{,}000$$

از طرفی سطح کل بلورها در ابتدا:

$$\text{سطح کل در ابتدا} = \left(\text{تعداد کل بلورها}\right) * \left(\text{سطح یک بلور}\right) = 370{,}000 * \frac{\pi d^2}{4}$$

$$= 370{,}000 * 3.41 * 10^{-4}\frac{ft^3}{\text{بلور}} = 126.25\text{ft}^2$$

از طرفی می‌دانیم که: T= 3'، $DAB=7.3*10^{-6}\ cm^3/sec= 2.82*10^{-5}\ ft^2/hr$ و μ=1Cs = 0.01 $cm^2/gr.sec$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D} = 1371$$

در نتیجه:

$$\left[\frac{K_{L,av}.T}{D_{AB}}\right] = 0.052(10^5)^{0.833}(1371)^{0.5} \quad ; \quad K_{L,av} = 0.264\frac{lbmole}{hr.ft^2.\left(\frac{lbmole}{ft^3}\right)}$$

توجه شود که اگر از طریق k عمل کنیم واحد نیروی محرکه غلظت $lbmole/ft^3$ خواهد بود. حالا اگر بخواهیم مسئله را از طریق F عمل کنیم:

$$N_A = \frac{N_A}{\sum_i N_i} F \ln\left[\frac{\frac{N_A}{\sum N_i} - y_{A2}}{\frac{N_A}{\sum_i N_i} - y_{A1}}\right]$$

$$F = K_L . x_{BM} . C$$

در سیستم‌های رقیق؛ x_{BM} (میانگین لگاریتمی) برابر ۱ است. $C=\rho/M$ که در حالت اولیه؛ $\rho=\rho_{pure\ H2O}$.

$$F = 0.264 \times 1 \times \frac{62.4}{18.02} = 0.913 \frac{lbmole}{hr.ft^2}$$

حال توجه داشته باشید که به ازای هر مولکول سولفات مس، ۵ مولکول آب تبلور به همراه آن منتقل می‌شود.

$$\frac{N_A}{\sum_i N_i} = \left(\frac{1}{1+5}\right) = \frac{1}{6}$$

$$N_A = \frac{1}{6} \times 0.913 \times \ln\left[\frac{\frac{1}{6} - 0}{\frac{1}{6} - 0.0229}\right] = 0.0225 \frac{lbmole}{ft^2.hr}$$

تعداد مولهای منتقل شده در واحد زمان $= 0.0225 * 126.25 = \frac{lb\ mole}{hr}$ of $CuSO_4.5H_2O$

ب) در این قسمت عامل زمان مطرح است و معمولاً برای وارد کردن عامل زمان چنین عمل مینمائیم:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dw}{d\theta} = N_A . M_A . A$$

A؛ سطح تماس در حال تغییر می‌باشد و y_{A2} متغیر می‌باشد و بنابراین N_A متغیر می‌باشد. حالا فرض کنیم در زمان □، w پوند باقی مانده باشد:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho V_1}{\rho V_2} = \frac{w_1}{w_2}$$

اگر a سطح تماسی باشد، بنابراین:

$$a_1 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{2/3} \times \text{سطح کل تماس} = 126.25 \times \left(\frac{w}{250}\right)^{2/3} = 3.182 w^{2/3} ft^2$$

اما از طرفی:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\rho V_1}{\rho V_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi\frac{d_1^3}{8}}{\frac{4}{3}\pi\frac{d_2^3}{8}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 = \left(\frac{d_1^2}{d_2^2}\right)^{3/2}$$

در نتیجه:

$$\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{2/3} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{V_1}{V_2} \quad ; \quad \left(\frac{w}{w_{\text{اولیه}}}\right)^{2/3} = \frac{A}{A_{\text{اولیه}}}$$

$$f(w) = \frac{\text{مولهای سولفات مس}}{\text{کل مولهای داخل مخزن}}$$

y_{A2} بر مبنای سولفات مس خشک:

$$y_{A2} = \frac{\frac{w}{M_{CuSO_4}}}{\frac{w}{M_{CuSO_4}} + \frac{\text{جرم آب مخزن}}{18.02} + \frac{\text{جرم آب تبلور}}{18.02}}$$

بر مبنای سولفات مس متبلور:

$$y_{A2} = \frac{\frac{w}{M_{CuSO_4.5H_2O}}}{\frac{w}{M_{CuSO_4.5H_2O}} + \frac{\text{جرم آب مخزن}}{18.02}}$$

$$N_A = \frac{1}{6} \times 0.913 \ln\left[\frac{\frac{1}{6} - f(w)}{\frac{1}{6} - 0.0229}\right]$$

$$\frac{dw}{d\theta} = N_A * \left(M_{CuSO_4.5H_2O}\right) * 3.18 w^{2/3} = g(w)$$

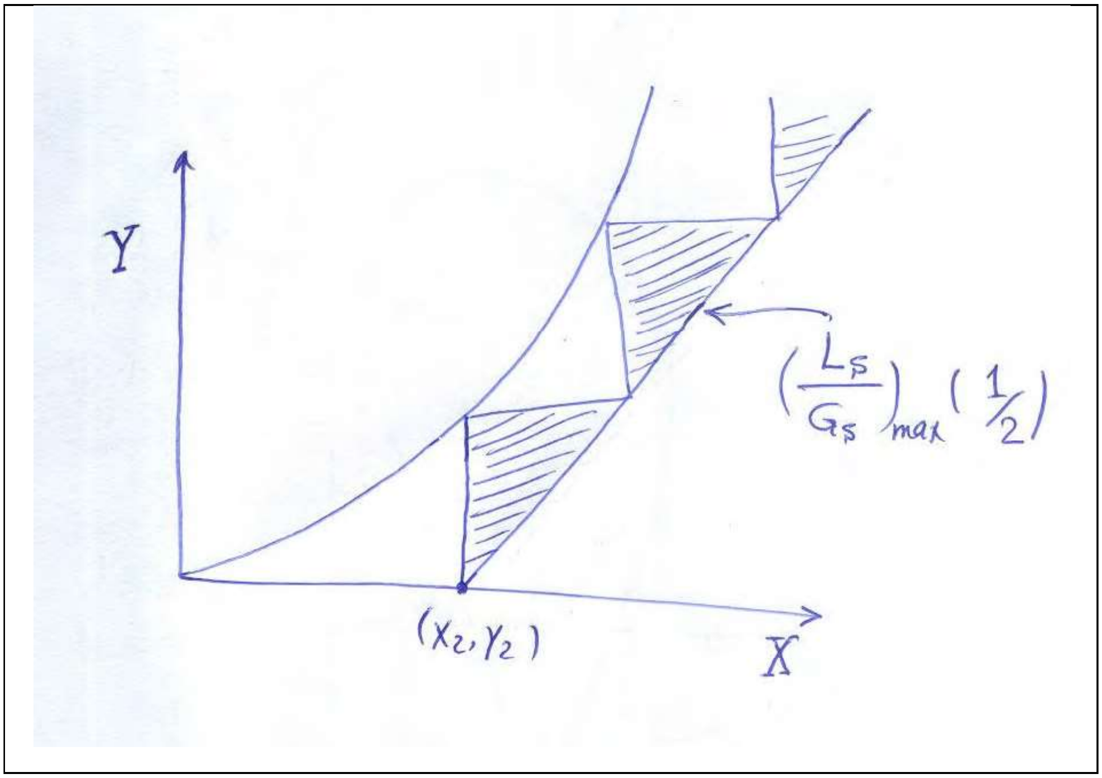
$$\frac{dw}{g(w)} = d\theta$$

$$\int_{250}^{w=10} \frac{dw}{g(w)} = \int_0^{\theta} d\theta = \theta$$

که در اینجا زمان لازمه به صورت زیر میباشد:

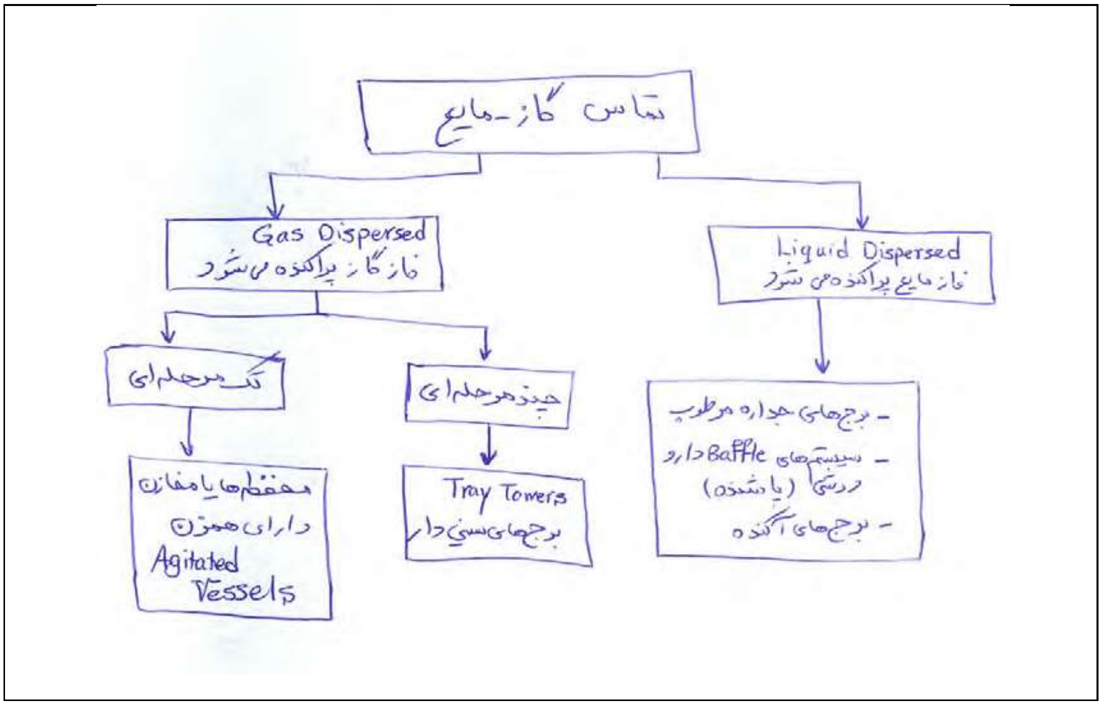
قسمت پ) در معادله بالا بجای w=10، w=0 قرار داده و فرایند را تکرار میکنیم.

اگر ازت مصرفی یک دوم برابر شود شیب خط کار بایستی که نصب شود و برای پیدا کردن تعداد مراحل بایستی که پله‌های بین این خط کار و منحنی تعادلی را رسم کنیم. (← سه مرحله تئوریکی)



دستگاه‌های مجاور کننده گاز – مایع :

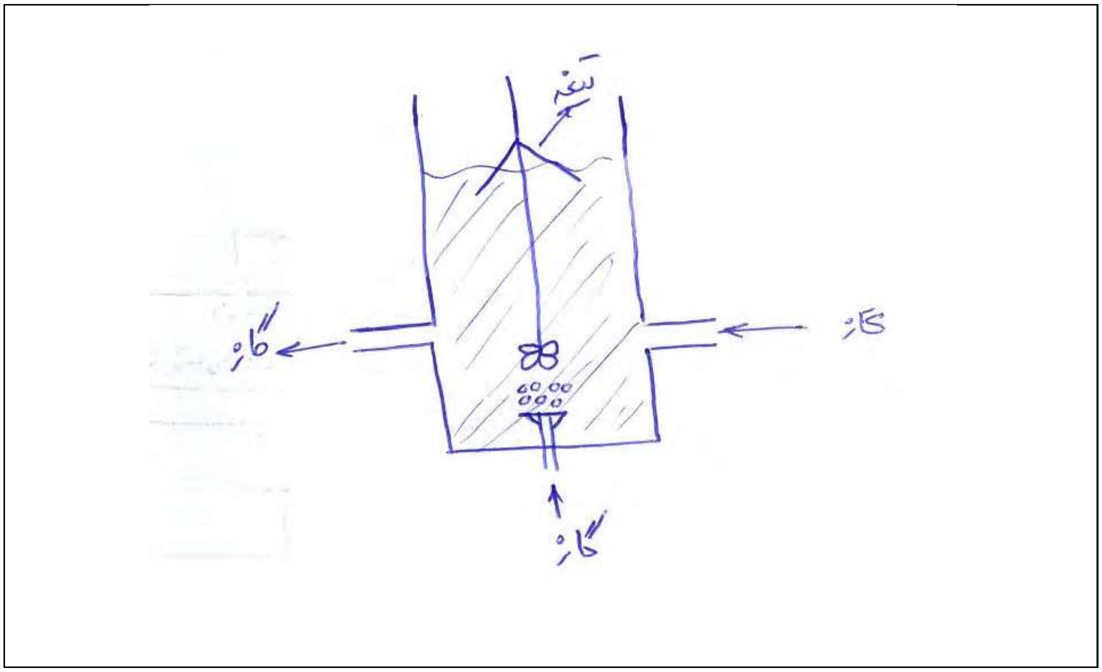
شماتیک کلی زیر را می‌توان رسم کرد:



- در صنایع شیمیایی برج‌های سینی دار و آکنده بیشترین کاربرد را دارند.

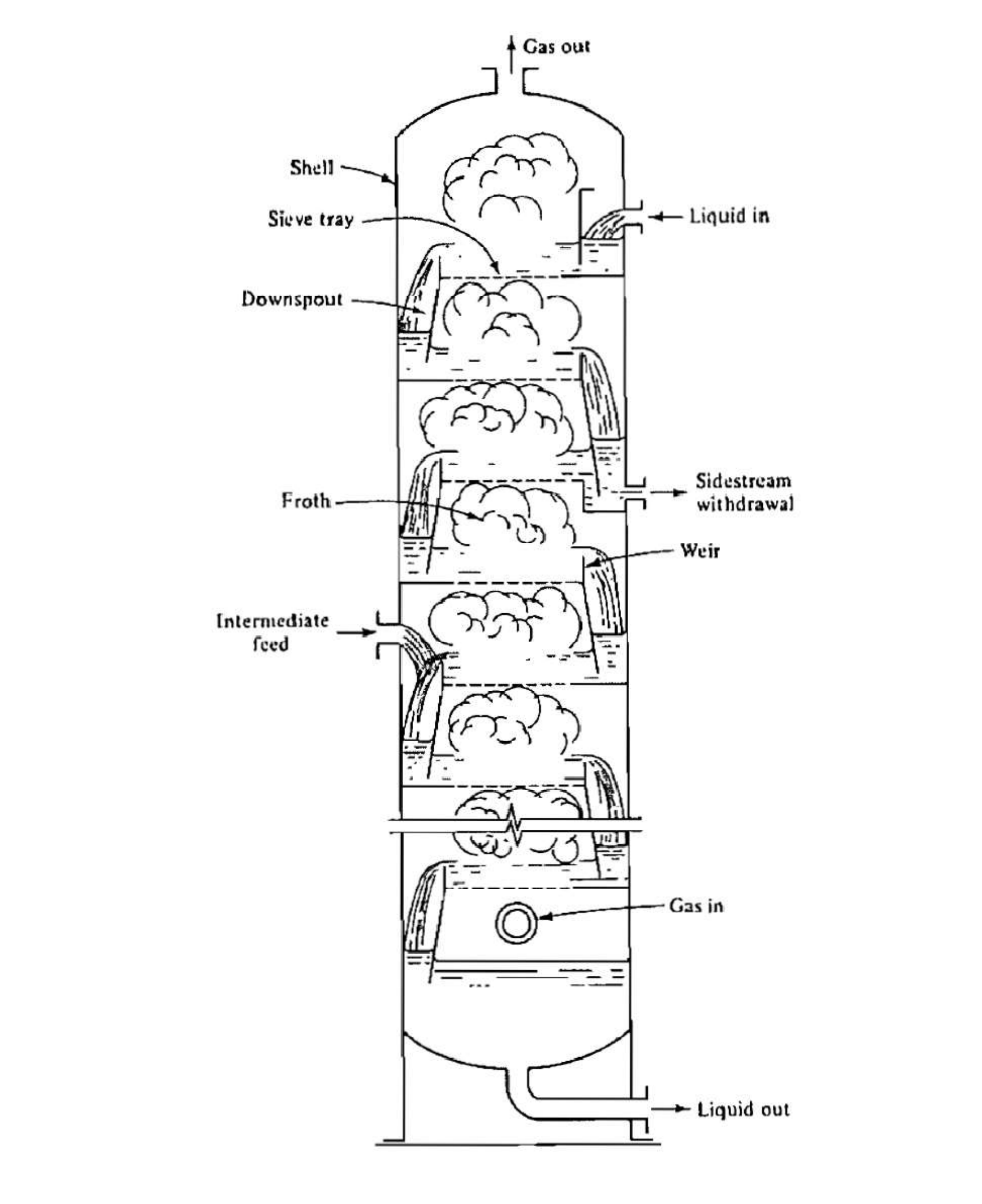
- ابتدا سیستم‌های تک مرحله‌ای برای گاز فاز پراکنده را در نظر می‌گیریم:

Agitated Vessels ظروف ساده‌ای می‌باشند که دارای همزن هستند. دستگاه تشکیل شده از یک مخزن مایع که گاز از چندین انشعاب از طریق نازل‌هایی یا انشاب‌هایی (Nozzles) به صورت حباب های ریز وارد آن می‌شوند و همزنی تماس بین مایع و گاز را بهبود می‌بخشد. دراین سیستم‌ها زمان توقف مناسبی برای تماس گاز و مایع پیش‌بینی می شود تا عمل انتقال جرم موردنظر صورت گیرد به همین دلیل از تیغه‌هایی به منظور جلوگیری از فرار گازها روی همزن داخل مخزن استفاده می‌کنند. زیرا اختلاف دانسیته گاز و مایع زیاد می‌باشد. بنابراین خواهیم داشت:



در اینجا فقط یک مرحله تماس بین گاز ومایع وجود دارد، لذا کاربرد آن محدود می‌باشد. و بیشتر در اشل آزمایشگاهی مورد استفاده قرار می‌گیرد. با این حال مزیت این دستگاه در این است که اگر در اثر تماس دو فاز، جامدی حاصل شود. در ته ظرف این جامد رسوب کرده و مشکلی ایجاد نخواهد کرد.

از طرفی در یک سیستم چندمرحله‌ای، انتقال جرم بیشتر خواهد بود زیرا چندین مرحله تماس (contact) بین فازها وجود خواهد داشت. به بیان دیگر:



در اینجا چون یک محل ریزش برای مایع در هر صفحه داریم آنرا تک سینی با جریان متقاطع (Single cross flow tray) می‌خوانیم و چون جریان روی صفحه‌های متقاطع می‌باشد در چنین برج‌هایی، داخل سیستم مرحله وار (Stage-Wise) می‌باشد و کل سیستم بصورت جریان متقابل

(Counter Current) عمل می‌نماید و علت اینکه این سیستم‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند این است که چند مرحله‌ای بوده و نتیجتاً عمل جداسازی بهتر صورت می‌گیرد.

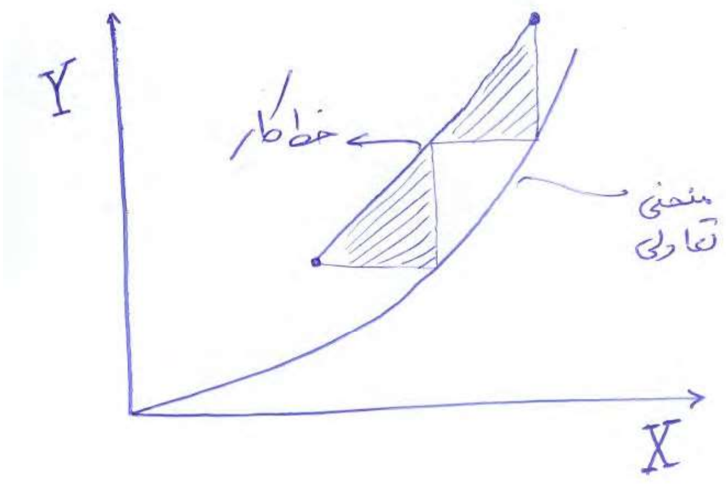
مثلاً در یک سیستم جذب گفته می‌شود اگر برای جزء مورد نظر ۹۵٪ جداسازی داشته باشیم که این امر در سیستم‌های تک مرحله‌ای امکان پذیر نخواهد بود. (زیرا درهر مرحله تا حد مشخصی می‌توان جداسازی را انجام داد). به بیان دیگر در یک تک مرحله، حداکثر جداسازی ممکن معادل رسیدن به تعادل در آن مرحله می‌باشد. نتیجتاً ما در محاسبات خود تعداد سینی‌ها را برای حالت Ideal یا Theoretical و یا Equilibrium حساب می‌کنیم.

توجه: یک واحد تعادلی به واحدی گفته می‌شود که جریان‌های خروجی از آن به تعادل رسیده باشند. پس در سیستم‌های هم‌جهت (co-current) یک مرحله‌ای خط کار بطرف نقطه مربوطه به روی منحنی تعادل نزدیک می‌گردد.

توجه: اگر قرار باشد برجی را برای جداسازی خاصی طراحی کنیم، تعداد واحدهای تئوری را که از طریق محاسبات بدست آمده بایستی با دخالت دادن یک راندمان (Efficiency) تصحیح نمود و تعداد واحدهای واقعی را تعیین نمود.

توجه: در سیستم‌های گاز – مایع با یک تقریب کلی می‌توان گفت که معمولاً تعداد مراحل واقعی دو برابر تعداد مراحل تئوری می‌باشد. مثلاً اگر برای جداسازی خاصی ۴ صفحه تئوری بدست آوریم تعداد مراحل واقعی بطور بسیار تقریبی $2\times4=8$ خواهد بود.

برای یک سیستم با ورودی وخروجی خاص، در طراحی ابتدا منحنی تعادل وخط کار را رسم کرده و تعداد مراحل تئوری را مشخص می‌کنیم و آنگاه به بررسی پارامترهای دیگری نظیر قطر ستون، ارتفاع ستون، آرایش صفحات و غیره می‌پردازیم.



وقتی تعداد صفحات بدست آمد، می‌توان با محاسبات فاصله بین دو صفحه ارتفاع برج را تعیین نمود. فاصله قرار گرفتن صفحات را Tray spacing می‌گویند، که این فاکتور با قطر برج رابطه دارد که این ارتباط در جداولی بصورت استاندارد در کتاب Treybal) Text) ارائه شده است (جدول ۶-۱، صفحه ۲۳۶).

پس می‌بینیم که طراحی شامل دو قسمت می‌باشد:

Chemical Design (طراحی شیمیایی)

Mechanical Design (طراحی مکانیکی)

که دراینجا طراحی شیمیایی همان بخشی است که در واحدهای بزرگ بایستی توسط مهندسین شیمی انجام گیرد که دراینجا به اطلاعات تعادلی نیاز داریم. پس موازنه جرم، انرژی و غیره را بداند. تعداد مراحل را مشخص کند، راندمان برج را تعیین کند و الی آخر.

از طرفی بررسی مقاومت‌های حرارتی، خوردگی (یا Corrosion)، استحکام لازم، انتخاب آلیاژ مناسب و غیره جزء کارهای مهندسین مکانیک محسوب می‌گردد.

جنس برج‌ها معمولاً از فلز می‌باشد مثل Carbon-Steal و یا آلیاژهای دیگر که انتخاب مواد بستگی به موادی که در برج جدا می‌شوند و فشار برج دارد. در مواردی که بایستی برج از جنس خاصی انتخاب شود که گران‌قیمت می‌باشد. بهتر است که برج را از یک ماده ساده و ارزان درست کرده و سپس ازعمل Lining یا روکش کردن استفاده بکنیم و ماده گران قیمت موردنظر را روی ماده ارزان قیمت Lining نمائیم.

ضخامت برج نیز استاندارد می‌باشد. (10, 12, 14, 16 میلی‌متر)

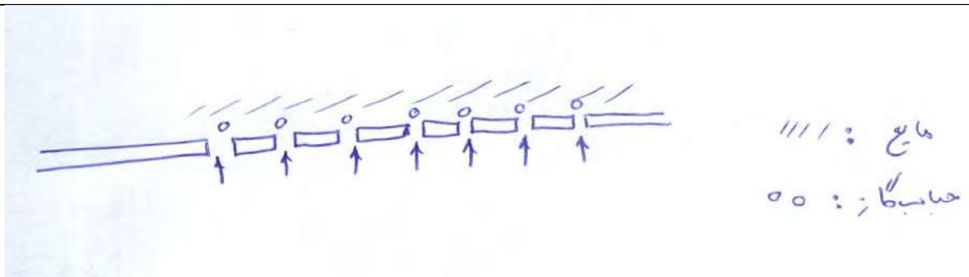
انواع سینی‌ها:

- سینی کلاهک‌دار Bubble Cap Tray
- سینی غربالی، مشبک ساده Sieve Tray
- سینی قابل تنظیم Valve Tray

و سایر انواع دیگر

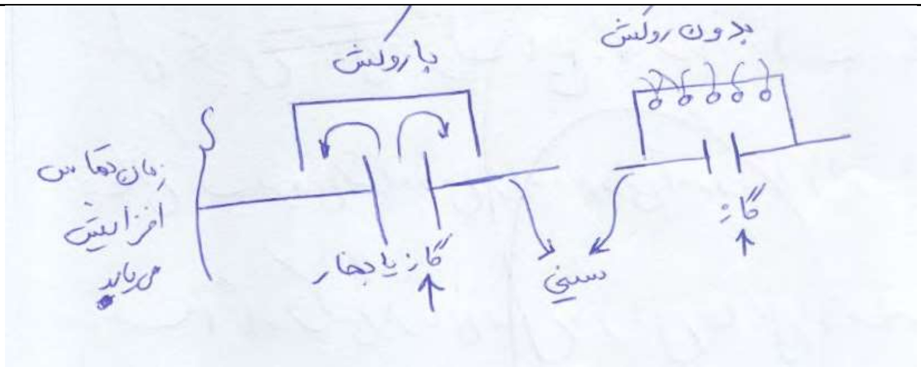
توجه: هدف از به کاربردن سینی‌ها، پخش کردن گاز در مایع می‌باشد. ساده‌ترین حالت آن این است که صفحات دارای منافذی باشند و گاز در اثر عبور از آنها در مایع پخش و پراکنده شود.

A) در Sieve Tray گاز در اثر عبور از سوراخ‌های صفحه بصورت حباب وارد مایع شده و تماس خوبی برقرار می‌گردد.



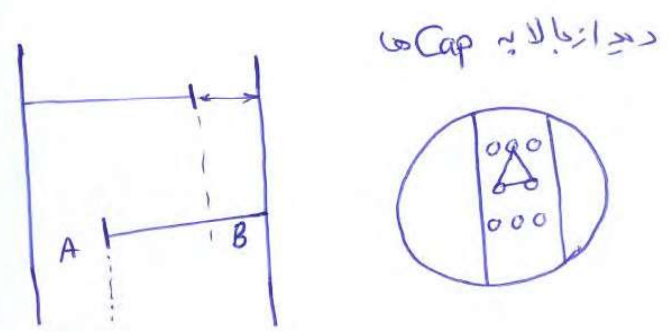
توجه: a) اگر منافذ روی سینی ها ریز باشند ممکن است به مرور زمان مسدود شوند و اگر زیاد این منافذ درشت باشند با کم شدن سرعت گاز، مایع از آنها جاری خواهد شد. که هر دوی اینها مشکل‌زا می‌باشند. و با کم شدن سرعت مایع عمل طغیان یا (Flooding) صورت می‌گیرد.

B) درصورتی که سینی به صورت Bubble Caps باشد Capها بصورت فنجان‌های وارونه دارای منافذی برای عبورگاز خواهد بود. Capها به دو صورت روکش‌دار و بدون روکش می‌باشند. سوراخ‌های روی Capها می‌توانند بصورت‌های دایره، مثلث، مربع، لوزی، ذوزنقه، بیضی و یا متوازی‌الاضلاع باشند که در مجموع نوع ذوزنقه از بقیه اشکال عملکرد بهتری خواهد داشت.



همانطور که در شکل ملاحظه می‌شود سطحی که به منافذ اختصاص دارد در فاصله بین A و B بایستی باشد ما باید زیر ناودان نیز منفذی داشته باشیم زیرا درغیر این صورت گاز اجازه عبور به مایع

روی ناودان را نخواهد داد. نحوه‌ی قرار گرفتن cap ها طوریست که سه تا تشکیل مثلث‌های متساوی‌الاضلاع را می‌دهند و همگی بطور منظم باید روی یک محور قرار داده شده باشند. این مطلب در نوع Sieve و Valve نیز مشاهده می‌شود. البته گاهی در سینی های Bubble cap آرایشی مربعی نیز مشاهده شده است.



فاصله بین دیواره دو کلاهک از یکدیگر چیزی حدود 0.25 تا 1 برابر قطر cap می‌باشد. cap ها در قطرهای "3 ، "4 و "6 دیده می شوند که نوع "3 محبوبتر بوده چرا که تعداد cap های موجود بیشتر بوده و عمل انتقال جرم بهتر صورت می‌گیرد.

برای کارکرد صحیح یا معمول یا طبیعی Normal Operations سینی‌ها باید 50% فاصله بین دوسینی فضای خالی وجود داشته باشد تا که در آنجا توده کف آلود گاز و مایع جدا شوند.

در طراحی‌های معمولی از تکه سینی‌های جریان متقابل (Single cross flow tray) استفاده خواهیم کرد ولی در برخی موارد طراحی های زیر نیز ممکن است لازم واقع شوند:

a) دو محل ریزش برای مایع وجود دارد ← Double-Pass Downcomers

b) چند محل ریزش برای مایع موجود است ← Multi-Pass Downcomers و یا

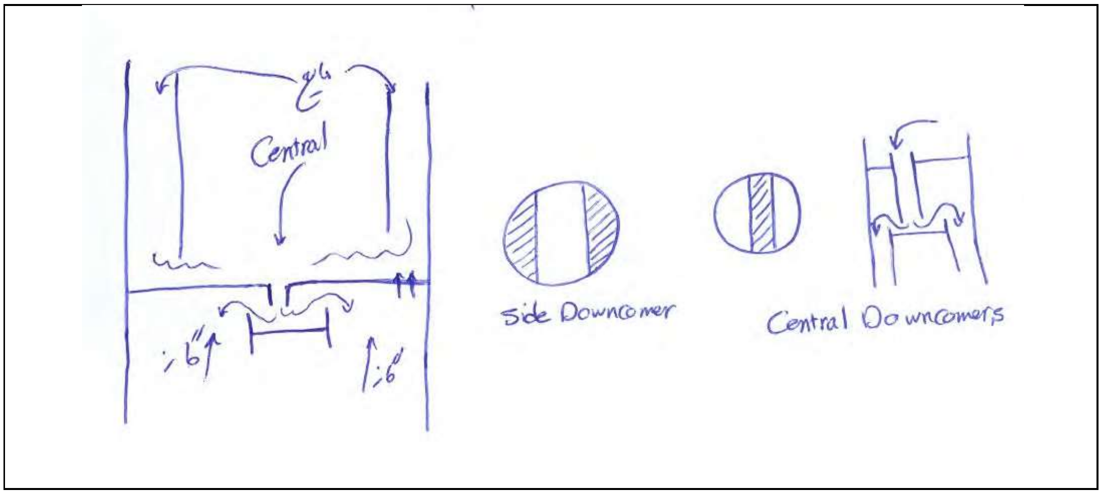
c) Reverse Flow Downcomers

در مواردی که شدت مایع در مقابل شدت گاز خیلی بالا باشد از نوع Double pass و یا Multi pass استفاده خواهیم کرد یعنی موقعی که:

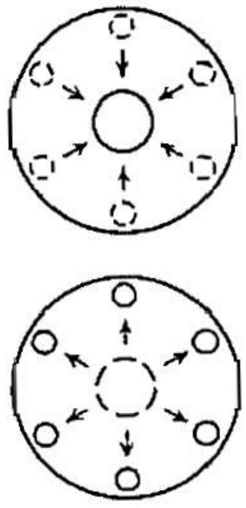
(شدت جریان گاز : V ، شدت جریان مایع : L)

$$\frac{L}{V} \gg 1$$

همانطوری که ملاحظه می‌شود درحالت double pass صفحات یک در میان بصورت Side downcomer و Central downcomer می‌باشند:



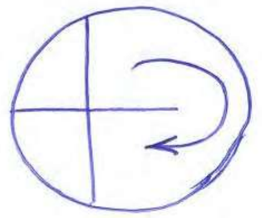
درمورد Multi-Pass Downcomer ها ممکن است مقطع Downcomer ها به صورت تعدادی دایره باشد (به بیان دیگر Circular Downcomer گفته می‌شود) و یا مقطع دایره‌ایست که اصطلاحاً آن را Segment Downcomer خواهیم خواند:



Circular Segment Downcomer

از حالت Reverse flow وقتی استفاده می‌کنیم که شدت گاز در مقابل شدت مایع بسیار بیشتر باشد شکل دستگاه مشابه همان Single crass flow tray می‌باشد. با این تفاوت که از یک Baffle کمک می‌گیریم که نهایتاً وجود این Baffle سبب می‌شود که مایع روی صفحه دور بزند و مدت زمان بیشتری دو فاز در تماس با یکدیگر باشند، پس:

$$\frac{L}{V} \ll 1$$



در مورد طراحی‌ها: طراحی دستگاه‌های زیر را خواهیم داشت:

۱) Design of Distillation Tower

۲) Design of an Absorber

۳) Design of a Stripper

در اینجا با فازهای بخار و مایع سروکار خواهیم داشت برای تمامی این طراحی‌ها.

بطور کلی در طراحی‌ها بایستی که مسائل زیر را روشن کنیم:

۱) قطر ستون
۲) تعداد صفحات
۳) فاصله صفحات
۴) در صورت امکان آرایش (حفره ها) روی صفحات
۵) مسائل داخلی سیستم از لحاظ خوردگی، مقاومت‌های حرارتی و مکانیکی
۶) از مراحل ۲ و ۳ ارتفاع ستون مشخص می‌گردد.

در اینجا برای ما سه مرحله اول بیشتر حائز اهمیت می‌باشند. حال ببینیم که چگونه می‌توان در یک سیستم جذب این سه مرحله را تعیین نمود.

توجه: اطلاعات لازم برای اینکار داشتن منحنی تعادلی سیستم، ورودی‌ها وخروجی‌های سیستم، به منظور نوشتن معادلات موازنه‌ها و حل آنها برای معادله خط کار یک سری اطلاعات شیمی فیزیکی نظیر ویسکوزیته، دانسیته، کشش سطحی (Surface Tension) و غیره می‌باشد.

ابتدا معادله‌ی خط کار (تبادل) سیستم (را که معمولاً بصورت تک مرحله جریان متقابل می باشد روی منحنی تعادلی رسم کرده و تعداد پله‌ها را که بیانگر تعداد مراحل تئوری جداسازی می‌باشد، مشخص

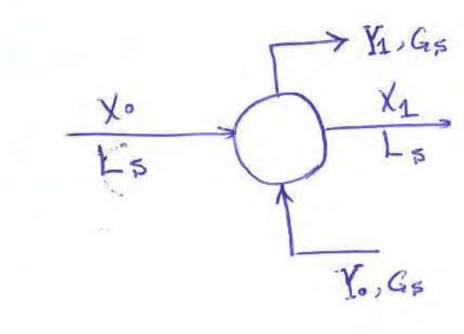
می‌نماییم. با درنظر گرفتن راندمان و تصحیح لازم تعداد صفحات واقعی تعیین خواهند شد. به بیان دیگر:

$$\text{تعداد مراحل حقیقی} = \frac{\text{تعداد مراحل تئوری}}{\text{راندمان}}$$

توجه شود که راندمان یا Efficiency همیشه کوچکتر از یک خواهد بود. بنابراین تعداد صفحات حقیقی قطعاً بیشتر از تعداد صفحات تئوری بدست خواهد آمد و همانطور که قبلاً اشاره شد در حالت بسیار تقریبی می‌توان گفت که تعداد مراحل واقعی دو برابر تعداد مراحل ایده‌آل می‌باشد. (یعنی راندمان تقریباً مساوی با 0.5).

راندمان (Efficiency):

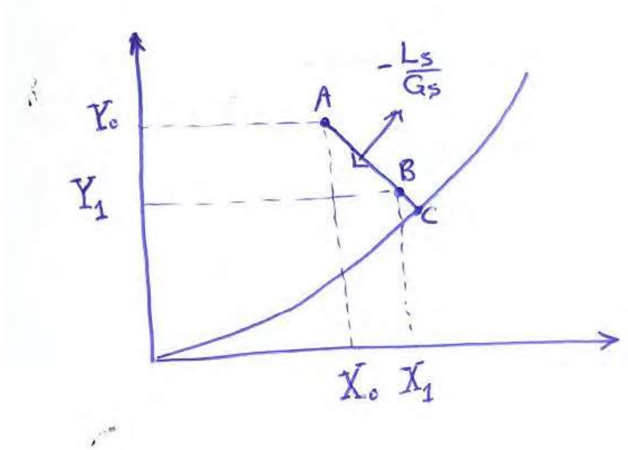
برروی یک تک مرحله (Single stage) (در جریان های هم جهت) معادله خط کار را بصورت زیر داریم:



$$\frac{Y_1 - Y_0}{X_1 - X_0} = -\frac{L_S}{G_S}$$

$$L_s = For\ Liquid\ or\ Raffinate;\ R_s$$
$$G_s = For\ Gas\ or\ Extract;\ G_s$$

که این بطور کلی معادله خطی است که از ورودی (X_0, Y_0) به خروجی (X_1, Y_1) با شیب ($-L_S/G_S$) می‌گذرد. قبلاً اشاره شد که در یک فرآیند تک مرحله‌ای برای جریان‌های هم‌جهت یا co-current نقطه خروجی ما می‌تواند نهایتاً روی منحنی تعادلی قرار گیرد و زمانی چنین نقطه‌ای (نقطه‌ی خروجی) روی منحنی تعادلی واقع خواهد شد که راندمان ۱۰۰٪ بوده باشد یعنی بهترین تماس صورت گرفته باشد. به بیان دیگر:



که در اینجا می‌توان گفت:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = Efficiency \text{ راندمان یا}$$

و نتیجتاً اگر B بر روی C منطبق گردد راندمان ۱۰۰٪ یعنی یک خواهد بود.

توجه: چون اکثر روابطی را که ما می نویسیم براساس سیستم تعادلی می‌باشد، لذا، حتماً بایستی راندمان در نظر گرفته شود. حالا ببینیم در سیستم گاز – مایع این راندمان به چه عواملی بستگی پیدا می‌کند:

۱. وضعیت یا فیزیک خود سیستم در رابطه با دستگاه یا ابزاری که برای جداسازی بکار برده‌ایم مانند نوع سینی‌ها، برج و غیره.

۲. خواص شیمیایی/ فیزیکی سیالاتی که با آنها سروکار داریم.

۳. زمانی تماس فازها بروی این راندمان موثر می‌باشد اما همانطور که قبلاً گفته شد در سیستم‌های مداوم (پیوسته) نمی‌توان آنرا زیاد اختیار نمود چرا که نیاز به حجم بزرگی خواهیم داشت (به بیان دیگر: $\frac{\text{حجم}}{\text{دبی حجمی}}$ $\theta = \frac{V}{v}$)

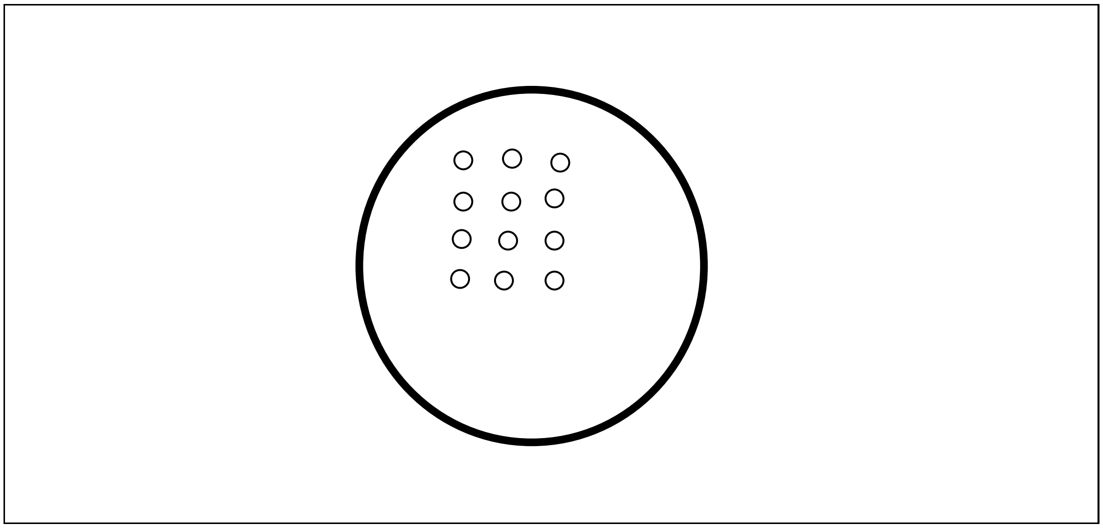
توجه: راندمان ممکن است به یکی از صورت‌های زیر در نظر گرفته شوند:

1. Point Efficiency راندمان نقطه ای
2. Local Efficiency راندمان موضعی ای
3. Tray Efficiency راندمان سینی یا مرحله ای
4. Overall Efficiency راندمان کل
5. Murphree Efficiency راندمان مورفری

که این پنج نوع ممکن است بنحوی به یکدیگر مرتبط باشند.

توجه: آنچه که ما از راندمان تصور می‌کنیم اینست که نقطه A به نقطه‌ی B می‌رسد و ممکن است در بهترین حالت به نقطه C هم برسد و آنگاه خواهیم گفت AB/AC راندمان می‌باشد. اما اگر جزئیات دستگاه را در نظر بگیریم. قبلاً درمورد Single Cross Flow Tray ملاحظه کردیم که

نحوه پراکنده شدن گاز در مایع باعث تغییر راندمان خواهد شد. از طرفی محل‌های مختلف صفحه از لحاظ پراکندگی گاز در مابع به صورت یکسان عمل نمی‌کنند و لذا وضعیت هر نقطه با نقطه‌ی دیگر متفاوت خواهد بود و روی همین اصل است که راندمانی تحت عنوان Point Efficiency مطرح می‌گردد. مثلاً در شکل روبرو:



راندمان ردیف‌ها با یکدیگر متفاوت خواهد بود و روی این اصل است که Local Efficiency مطرح می‌گردد.

در سینی‌های مختلف غلظت‌ها، ویسکوزیته‌ها، دانسیته‌ها و سایر خواص شیمیایی/ فیزیکی متفاوت خواهند بود و لذا راندمان‌ها یکسان نخواهند بود. روی این اصل است که راندمان تحت عنوان Tray Efficiency مطرح می‌شود.

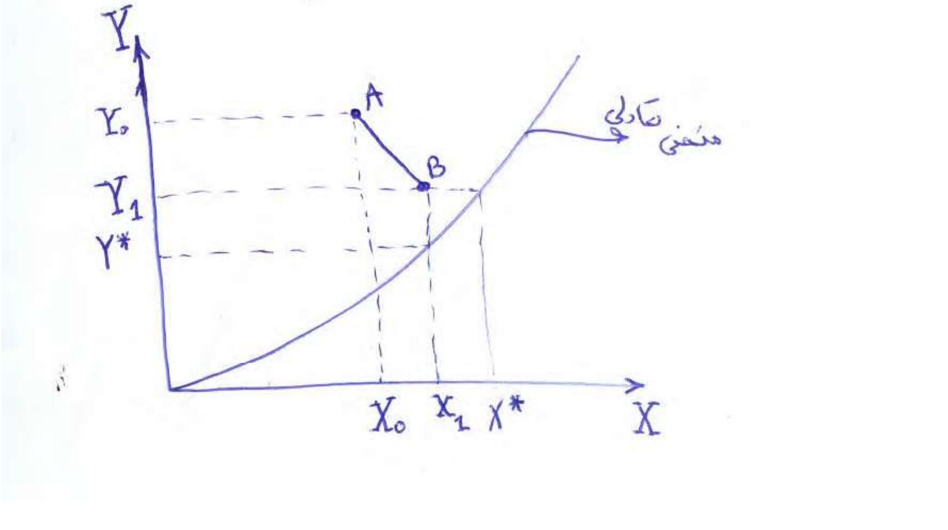
توجه: آنچه که مسلم است ما در مسائل طراحی قادر نخواهیم بود که نقطه به نقطه، محل به محل و سینی به سینی راندمان را تعیین نمائیم و از آن استفاده کنیم بلکه راندمانی را بصورت Overall Efficiency درنظر می‌گیریم که میانگین راندمان صفحات برج می‌باشد و بستگی به شکل هندسی

صفحات و خواص شیمی/ فیزیکی سیال‌ها در هر صفحه پیدا می‌کند. لازم به توضیح است که در مورد خواص شیمیایی فیزیکی نیز بایستی در هر صفحه متوسط آنها را تعیین نمود و از آنها استفاده کرد.

روابط تئوری ونمودارهایی در فصل ششم کتاب برای تخمین راندمان ارائه شده‌اند.

توجه: بنابراین بطور کلی در حل مسائل می‌بایستی تعداد مراحل تئوری بدست آمده را توسط Overall Efficiency تصحیح نمائیم.

راندمان Murphree : دراینجا بجای نقطه‌ی C ،غلظت‌های درحال تعادل با X_1 و Y_1 را در نقطه B یعنی (X^*, Y^*) در نظر می‌گیریم. به بیان دیگر:



$$E_M^{Gas} = Murphie\ Efficiency\ in\ Gas = \frac{Y_0 - Y_1}{Y_0 - Y^*} < 1$$
$$E_M^{Liq} = Murphie\ Efficiency\ in\ Liquid = \frac{X_1 - X_0}{X^* - X_0} < 1$$

روابطی نیز وجود دارند که Murphree Efficiency را به Overall Efficiency مربوط می‌سازد. بنابراین با دانستن راندمان می‌توانیم به مراحل (طراحی) یک برج جذب بپردازیم که شامل الگوریتم کلی زیر می‌باشد:

۱) تعداد مراحل را به کمک واحدهای تئوری و راندمان مشخص می‌کنیم. (Number of stages)

۲) فاصله بین دو صفحه، t ، را مشخص می‌کنیم. (Tray spacing)

۳) قطر برج را تعیین می‌کنیم.

حالا ببینیم برای انجام هر یک از بندهای فوق چه مسیری را باید طی کنیم:

– **توجه:** شود که طراحی بیش از آنکه یک علم باشد، یک تجربه است که با کمک گرفتن از مطالب تئوری در کنار مطالب تجربی می‌تواند طراحی بهتری را انجام داد.

نخست راجع به t قطر برج صحبت می‌کنیم. همانطور که قبلاً اشاره شد جدول استانداردی وجود دارد که در آن ارتباط بین t و قطر ستون مطرح گردیده است. ما به این صورت عمل می کنیم که ابتدا یک t حدس و از روی آن یک قطر محاسبه می‌شود و براساس آن از معادله زیر سرعت طغیان یعنی

$$V_F = C_F\sqrt{\frac{\rho_L-\rho_G}{\rho_G}} = \text{سرعت طغیان}$$

را مشخص می‌کنیم که دراینجا C_F را ثابت طغیان نامیده و خود تابعی از t می‌باشد یعنی بعد از محاسبه‌ی V_F سرعت مجاز را تعیین می‌کنیم که چیزی بین 70 تا 85 درصد سرعت طغیان می‌باشد. به بیان دیگر:

$$V \equiv V_{\text{مجاز}} \cong [(70-85)\%]V_F$$

پس از تخمین سرعت مجاز گاز از معادله $Q=VA_t$ که دراینجا:

$$Q =$$ دبی حجمی گاز

$$V =$$ سرعت مجاز

$$A_t =$$ سطح خالص سینی

که ازآنجا A_n را بدست آورده و نهایتاً با تعیین سطح کل d یا قطر ستون مشخص خواهد شد. سپس d بدست آمده از طریق محاسبه را با جدول استاندارد مقایسه نموده تا به میزان صحت طراحی خود پی ببریم.

**** **سرعت طغیان:** کم و زیاد شدن سرعت گاز در سیستم ممکن است باعث ایجاد شکل شود.

Case I: اگر سرعت گاز را بتدریج در سیستم کاهش دهیم به سرعتی خواهیم رسید که درآن سرعت گاز قادر نخواهد بود که بر فشار مایع غلبه نماید، لذا مایع از منافذ صفحه که برای عبور گاز در نظر گرفته شده ریزش خواهد کرد. این سرعت که مایع از منافذ شروع به چکه کردن می‌نماید را سرعت بارش می‌گوئیم و با V_W (W=Weeping) نشان می دهیم. پس سرعت گاز بایستی که خیلی بیشتر از V_W باشد.

Case II: حالا اگر سرعت گاز را بتدریج افزایش دهیم، زمانی خواهد رسید که قطرات مایع توسط گاز کنده شد و به سمت صفحات بالا حمل خواهند شد و زمانی که مقدار این مایع زیاد باشد فضای بین صفحات را پر خواهد کرد و مسئله طغیان پیش خواهد آمد. سرعتی را که درآن عمل طغیان اتفاق می‌افتد سرعت طغیان نامیدیم و با علامت V_F نیز آنرا نشان دادیم. بنابراین همیشه بایستی سرعت ما به صورت زیر باشد:

$$V_W \ll V < V_F$$

تجربه نشان داده است که اگر سرعت گاز به صورت بهینه حدود 70 تا 85 درصد سرعت طغیان باشد، سرعتی مناسب خواهد بود. علت اینکه برای سرعت دریک محدوده 85-70 درصد در نظر گرفته شده اینست که سرعت جدا شدن کف در مخلوط‌های مختلف یکسان نمی‌باشد و به اصطلاح هرچه کف پایدارتر باشد سرعت جدا شدن کمتر بوده و یا زمان بیشتری برای جدا شدن لازم می باشد. گاهی اوقات در مورد کف‌های پایدار لازم خواهد بود که سرعت را حتی از 70% سرعت طغیان نیز کمتر در نظر بگیریم. توجه شود که گفتیم سرعت طغیان را از رابطه زیر بدست می‌آوریم:

$$V_F = C_F \sqrt{\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}}$$

که برای پیدا کردن C_F دو راه وجود دارد که هر دو منشعب از یک نتیجه می‌باشند:

۱. استفاده از روابط آمپریک موجود

۲. استفاده از نمودارهای تجربی موجود

که هر دو راه نتیجه مطالعات و تحقیقات آقایان Fair & Mathews می‌باشند. در کتاب Treybal معادلات تجربی زیر در رابطه با C_F وجود دارند.

درمورد Bubble Cap Trays داریم:

$$C_F = \left[a \log \frac{1}{\frac{L'}{G'}\sqrt{\rho_G/\rho_L}} + b \right] \left(\frac{\sigma'}{20}\right)^{0.2}$$

در مورد Sieve Tray داریم:

$$C_F = \left[a\log \frac{1}{\frac{L'}{G'}\sqrt{\rho_G/\rho_L}} + b \right] \left(\frac{\sigma'}{20}\right)^{0.2} \left(5\frac{A_h}{A_a} + o.5\right)$$

که در اینجا:

$\frac{L'}{G'}\sqrt{\rho_G/\rho_L} = Flow\ Parameter$ ((پارامتر جریان (سیال))

$a\,, b = f(Tray\ spacing)$ تابع خطی

$\sigma' = Surface\ Tension$ کشش سطحی یا

همانطور که ملاحظه می‌شود Flooding Constant یعنی C_F با پارامتر جریان (به معنی شدت مایع و گاز و دانسیته‌ی آنها)، کشش سطحی و Tray spacing ارتباط پیدا می‌کند. نسبت $\frac{L'}{G'}$ برای ما مشخص می‌باشد و از آنجا که سطح معلوم نیست این عبارت کمک زیادی در مسائل طراحی به ما خواهد کرد.

سطوح درمعادلات طراحی: سطوح مختلفی که با آنها سروکار داریم عبارتند از:

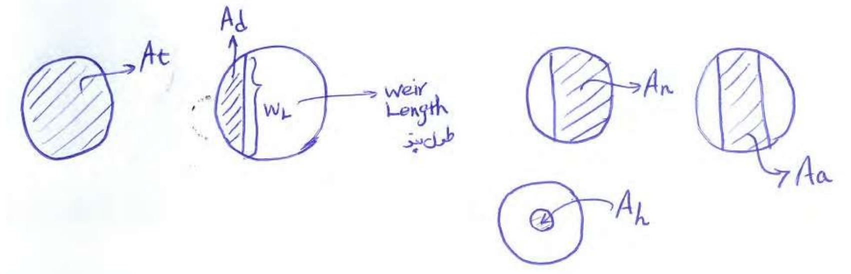
$A_t = total\ area$

$A_d = downcomer\ area$

$A_n = A_t - A_d = net\ area$ (سطح خالص موجود برای انتقال جرم)

$A_a = A_t - 2A_d = active\ area$ (سطح فعال)

$A_h = hole\ area$ (سطح منافذ)



توجه: سطح فعال یعنی سطحی که در آن پراکنده شدن حباب‌های گاز در مایع انجام می‌گیرد.

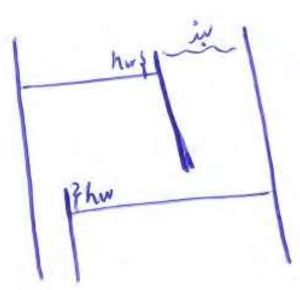
توجه: نسبت $\frac{A_h}{A_a}$ در بسیاری موارد بسیار ناچیز است و حدوداً ٪۱۰ الی ٪۱ می‌باشد و لذا مقدار :

$$\left(\frac{5A_h}{A_a} + 0.5\right) \cong 5 \times 0.1 + 0.5 = 1$$

در حدود ۱ می‌باشد.

در طراحی‌های متداول طول بند یا W_L در حدود 0.6 تا 0.8 قطر برج درنظر گرفته می‌شود. در صورتی که سرعت (یا شدت) کم باشد نیازی نخواهد بود که W_L زیاد باشد بنابراین از حد پایین 60% استفاده می‌کنیم. علت اینکه حداکثر آنرا 0.8d در نظر می‌گیرند اینست که اگر از این مقدار بیشتر باشد آنگاه سطح فعال کم خواهد بود. در صورتی که w بین 0.6 تا 0.8 قطر ستون در نظر گرفته شود مقدار A_d چیزی در حدود 8 تا 14% سطح کل (A_t) را شامل خواهد شد.

توجه: علت اینکه به بند ارتفاع می‌دهیم اینست که حوضچه‌ای ایجاد شود تا زمان تماس بین دو فاز کم نباشد. (و یا متناسب باشد).

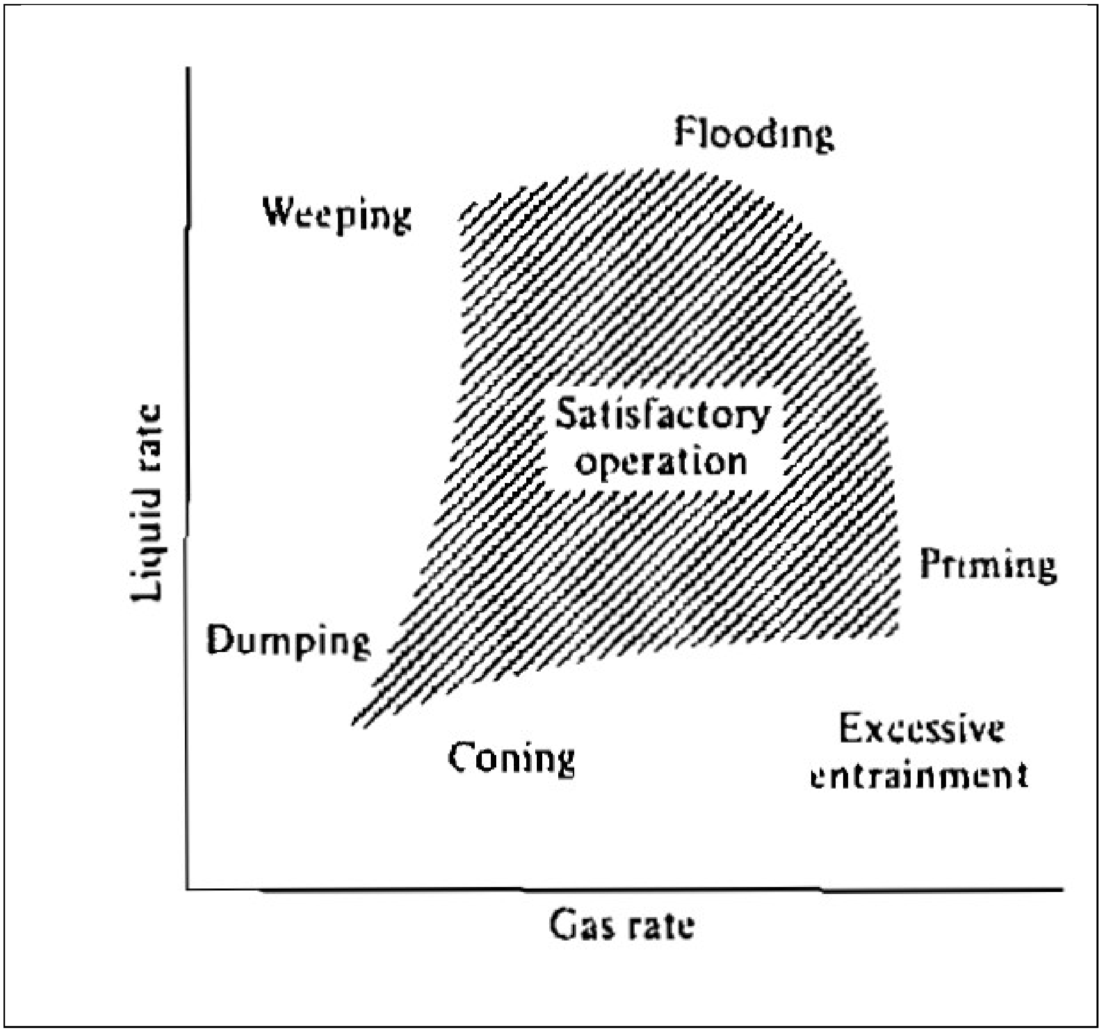


۱) h_w که به منظور weir height (یا ارتفاع بند) می‌باشد معمولاً 10 درصد Tray spacing و یا کمتر از آن خواهد بود.

۲) اگر h_w زیاد باشد، عمق حوضچه زیاد شده و باعث ریزش مایع از منافذ خواهد شد.

۳) معمولاً در برج‌های معمولی ارتفاع بند را "2 در نظر می‌گیرند.

چون تغییر دادن هر یک از عوامل فوق در طراحی خالی از اشکال نخواهد بود. لذا گفته می‌شود که بایستی در یک ناحیه ایمن (Safe) برج طراحی شده و عمل نماید. روی همین اصل در مورد برج‌هایی که ساخته شده و کار کرده‌اند یک منحنی تجربی بصورت زیر ارائه شده است:



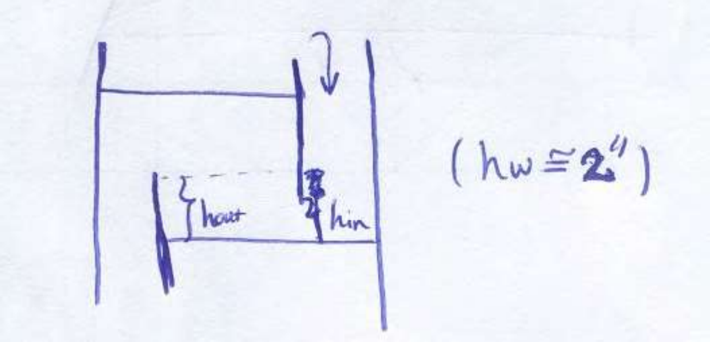
مثلاً اگر در نقطه‌ی A عمل کنیم، بارش خواهیم داشت در صورتی که در نقطه‌ی B با پدیده گرادیان مایع مواجه خواهیم بود.

پدیده Blowing: در سیستم‌های گاز – مایع یعنی گاز خروجی از منافذ صفحه بدون و یا با خیلی کم تماس پیدا کردن با مایع و سرعت گاز خیلی زیاد باشد، اتفاق می‌افتد.

پدیده Entrainment: یعنی ماندگی مایع در گاز که مقدار کم آن اشکال نخواهد داشت زیرا گازی که درحال حرکت است در هر حال با مایع تماس داشته و مقداری از آن را با خود حمل خواهد کرد، اما اگر ماندگی زیاد شود نهایتاً منجر به عمل طغیان خواهد شد.

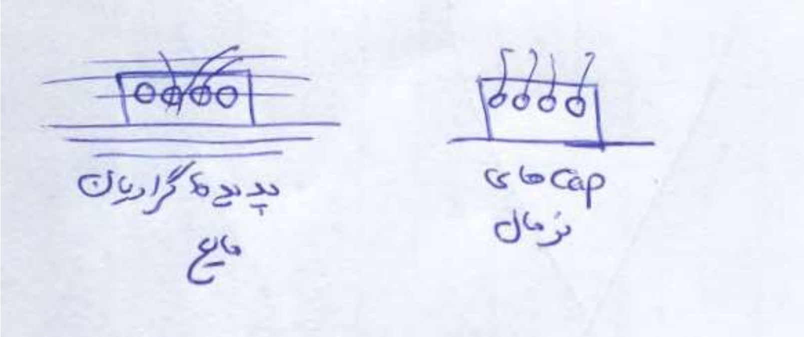
پس همانطور که ملاحظه می‌شود طراحی بایستی بنحوی انجام پذیرد که در ناحیه ایمن واقع شویم. با توجه به شکل فوق دیده می‌شود که طراحی یک اسکلت و چهارچوبی بوده که می‌بایستی حتماً در داخل آن باشیم. با تمام این محدودیت‌ها حسن طراحی در این است که مربوط به یک نقطه نمی‌باشد. بلکه یک ناحیه را شامل می‌شود یعنی انعطاف‌پذیری در طراحی یا Design Flexibility دارد.

پدیده گرادیان مایع: درواقع اثرات اختلاف ارتفاع مایع در هنگام ورود به یک سینی و خروج از آن می‌باشد. پس اختلاف ارتفاع و نتیجتاً فشار یا سرعت ورودی و خروجی مایع روی یک صفحه را اصطلاحاً گرادیان مایع می‌گویند و علت بوجود آمدن آن افت فشار و اصطکاک می‌باشند و این امر در مورد صفحاتی که دارای Bubble Caps می‌باشند بیشتر مشاهده می‌شود.



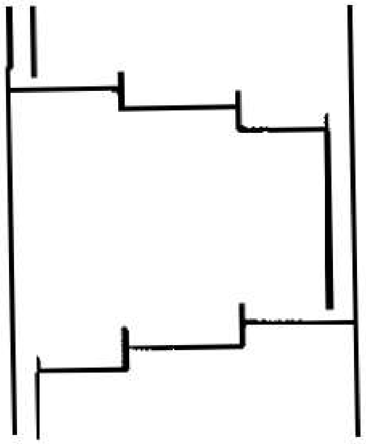
در برج‌هایی با قطر بزرگ، گرادیان مایع نسبتاً زیاد خواهد بود. و با قطر کم و Sieve Tray ناچیز خواهد بود. اثرات گرادیان مایع بصورت زیر می‌باشند:

۱- در مناطق کم عمق تماس مطلوب گاز – مایع صورت نخواهد گرفت (یعنی سطح مایع پایین‌تر از منافذ کلاهک‌ها می‌باشد. (در برج‌های کلاهکدار)



۲- در قسمت‌هایی که عمق زیاد است فشار مایع باعث خفگی می‌شود یعنی مایع اجازه عبور به گاز را نداده و عمل ریزش مایع از منافذ که به آن Dumping می‌گوییم اتفاق خواهد افتاد.

توجه: یکی از راههایی که برای کنترل پدیده گرادیان مایع (در برج‌های کلاهکدار) وجود دارد و از همه نیز بهتر است این است که صفحات را بصورت Cascade یا پله‌ای بسازند:



که البته برای این امر می‌توان از کلاهک‌هایی با ارتفاعات مختلف نیز استفاده نمود.

Packed Column: همانطور که گفته شد Packed columnها جزء شاخه Liquid Disperse (پراکندگی مایع درگاز) محسوب می‌شود و همچنین مهمترین بخش آن نیز به شمار می‌رود. در اینجا نحوه‌ی پاشش یا پراکنده شدن توسط جریان مایع مورد بررسی قرار می‌گیرد.

یکی از مهمترین خواص سیستم‌های پر شده داشتن سطح تماس بالا می‌باشد و هر چه که این سطح بیشتر باشد، شدت انتقال جرم نیز بیشتر خواهد بود. در این سیستم‌ها گاز را از پایین وارد کرده و مایع را از بالای ستون می‌پاشند. عمل پاشیدن مایع ممکن است توسط یک یا چند محل پاشنده انجام گیرد. به صورت روشنی هر چه تعداد این محل‌های پاشش بیشتر باشد امکان اینکه فضایی در داخل ستون به صورت خشک باقی بماند کمتر شده و لذا انتقال جرم بهتر انجام خواهد شد.

بنابراین در سیستم‌های پر شده مایع از بالا به داخل ستون پاشیده شده و سطح پرکن‌ها را خیس و مرطوب می‌نماید و آنگاه گازی که از پایین وارد ستون می‌شود در اثر تماس با سطح پرکن‌ها عمل انتقال جرم را سبب می‌گردد.

توجه. مهمترین قسمت در یک ستون پر شده خود پرکن می‌باشد.

در این قسمت ما می‌خواهیم مطالب زیر را مورد بررسی و مطالعه قرار دهیم:

۱) (Packing یا) ویژگی‌های پرکن‌ها: (هندسه- جنس- پارامترهای کلیدی– نحوه پرکردن برج)

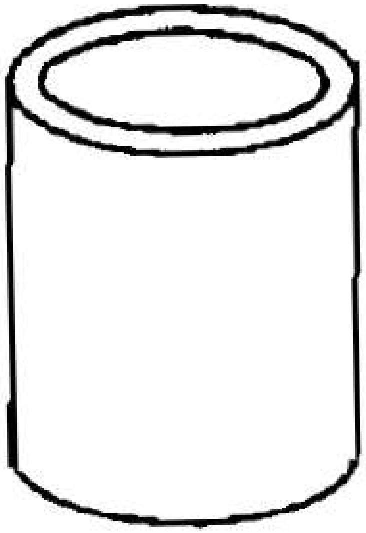
۲) تعیین قطر ستون پر شده

۳) محاسبه ارتفاع ستون پر شده

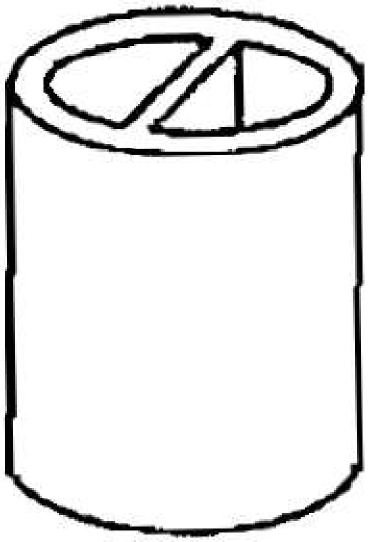
I) Packings: پرکن‌ها معمولاً به چهار گروه تقسیم‌بندی می‌شوند که عبارتند از:

۱) حلقه‌ها Rings ۲) زین‌ها Saddles ۳) گریدها Grids ۴) انواع متفرقه که شامل سایر پرکن‌ها غیر از سه حالت ذکر شده می‌باشد.

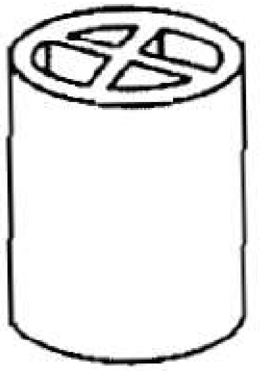
۱) حلقه‌ها یا Rings به صورت استوانه‌های توخالی می‌باشند. اینها از نوع ساده یا Rasching Rings می‌گویند و در بعضی کتاب‌ها با علامت .R.R نشان داده می‌شود.



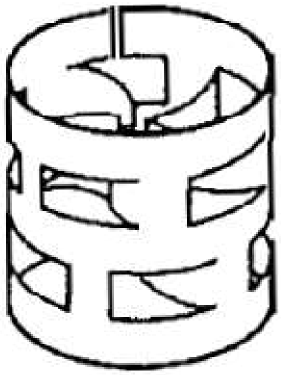
اگر استوانه ساده را توسط یک صفحه عمودی به دو نیم استوانه تقسیم کرده باشند آن را اصطلاحاً Lessing Rings می‌گویند.



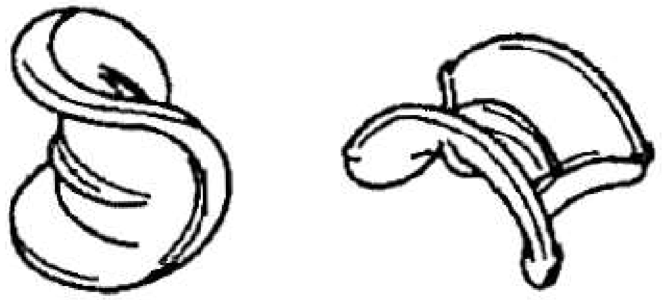
اگر به جای یک صفحه از چندین صفحه برای تقسیم استوانه‌ی ساده استفاده شد آن را Partition Rings خواهند نامید.



گاهی نیز ممکن است روی بدنه‌ی استوانه شیارها یا زبانه‌های منظمی ایجاد شده باشد که به این نوع پرکن‌ها اصطلاحاً Pall Rings می‌گویند.



Saddle ها خود به دو دسته Berl Saddle و Intalox Saddle تقسیم می‌شوند و از این رو که شبیه زین اسب می‌باشند Saddle خوانده می‌شوند. اگر گوشه‌هایSaddle تیز باشد یعنی تقریباً زاویه ۹۰ درجه بسازد آن را Intalox و اگر گوشه‌هایش انحنادار باشد آنرا Berl خواهند خواند.



Berl and Intalox Saddle

Grids، پرکن‌هایی هستند که به شکل تکه‌تکه باشند و شبیه آجرهای مشبک به نظر می‌رسند.

به طور کلی: جنس پرکن‌ها می‌تواند فلزی، سرامیکی، شیشه‌ای، پلیمری و پلاستیکی و غیره باشد. در راستای اندازه برای پرکن‌ها، دو نوع سایزبندی وجود دارد که عبارتند از:

Normal size of packing

Equivalence diameter packing

مسلم است که علت استفاده از پرکن‌ها افزایش سطح تماس می‌باشد. لذا مشخصه‌ای داریم که عبارت است از سطح تماس پرکن به ازای واحد حجم ستون و با نمای α نشان داده می شود که:

$$a_P = \frac{Area}{Volume}$$

و دیگر مشخصه مهم پرکن‌ها ε یعنی حجم خالی (Fractional Void Volume) داخل آنها می‌باشد.

توجه: ترجیح می‌دهیم که در مورد پرکن‌ها کوچک (حداقل پرکن) بزرگ باشند. به بیان دیگر گلوله‌های کروی به علت داشتن ε پایین پرکن خوبی محسوب نمی‌شوند در صورتی که Ring ها به علت داشتن a_P بالا پرکن‌های خوبی محسوب می‌شوند.

توجه: مسئله (خصوصیت خیس کردن) پرکن‌ها نیز حائز اهمیت می‌باشد. اهمیت این مطلب در این است که مایعی از بالا ستون پاشیده می‌شود بتواند به خوبی سطح پرکن‌ها را مرطوب نماید تا عمل انتقال جرم به خوبی انجام پذیرد. بنابراین ملاحظه می‌شود که جنس پرکن‌ها می‌بایستی متناسب با نوع مایعی که در ستون قرار است استفاده شود انتخاب گردد.

توجه: ترجیح می‌دهیم که حتی‌الامکان وزن پرکن‌ها کم باشد تا در اثر قرار گرفتن روی هم در داخل ستون پرکن‌هایی که در زیر واقع شده‌اند تغییر شکل ندهند و یا اگر از جنس شکننده‌ای ساخته شده‌اند، نشکنند. به منظور کم کردن ضایعات در مورد پرکن‌های شکستنی، ابتدا مقداری مایع در ستون ریخته و سپس پرکن‌ها را وارد می‌کنند و در انتها نیز مایع را از ستون خارج می‌نمایند.

توجه: چون پرکن فقط برای افزایش سطح بکار می‌رود، لذا به هیچ وجه نباید با سیال‌های موجود در ستون واکنش ترکیبی انجام دهد و به اصطلاح بایستی که Inert یا بی‌اثر (یا خنثی) باشد.

توجه: پرکن ستون به دو صورت منظم و یا نامنظم انجام می‌پذیرد. پرکردن منظم یعنی چیدن پرکن‌ها به طور مرتب در داخل ستون که این امر در مورد پرکن‌هایی که اندازه کوچکی دارند امکان‌پذیر نمی‌باشد. بنابراین، Regular Packing فقط مختص پرکن‌های بزرگ و یا اشلهای کوچک آزمایشگاهی می‌باشند. پرکردن نامنظم یا Irregular packing متداول‌ترین روش پر کردن ستون‌ها می‌باشد در چنین حالتی پر کردن ستون از قیف‌های بزرگی که در دهانه‌ی فوقانی ستون قرار داده می‌شود استفاده می‌نمایند.

از طرفی با داشتن وزن کلی پرکن‌ها و وزن یک دانه‌ی پرکن می‌توان تعداد دانه‌ها و از آنجا با داشتن سطح یک دانه پرکن و تعداد کل سطح تماس را تخمین زد. a (مساحت) محاسبه شده در این روش

a_{max} می‌باشد و برای اینکه مقدار آن را دقیق‌تر تعیین نمایند ۵ الی ۶ بار ستون را پر کرده و a را برای هر حالت تعیین نموده و در انتها میانگین می‌گیرند.

$$w_{tot}, w_{\text{یک عدد}} \Longrightarrow \qquad \text{تعداد کل} = {w_{tot}}/{w_{\text{یک عدد}}}$$

$$\frac{\text{مساحت کل}}{\text{حجم ستون}} = \mathrm{a_{p,max}}$$

در جداول موجود کتاب بر اساس normal size سه مشخصه a_P و □ و C_F در اختیار ما قرار داده شده‌اند و قبلاً رابطه‌ای را به صورت $C_F = {a_p}/{\epsilon^3}$ برای پرکن‌ها ارائه کرده بودند که این رابطه در مورد تمام پرکن‌ها صحیح نمی‌باشد. جدول ۶-۲ صفحه ۲۸۶ کتاب Treybal مربوط به همین امر می‌باشد.

محاسبه قطر ستون پر شده: با معلوم بودن جریان‌های ورودی و خروجی و اطلاعات شیمی/فیزیکی سیال‌ها می‌توان قطر ستون را تعیین نمود. اولین کار در این راستا، انتخاب نوع پرکن‌ها و نوع سیال‌ها می‌باشد.

یک منحنی عمومی در زمینه‌ی طراحی ستون‌های آکنده که نتیجه تحقیقات آقایان Lobo & Leva می‌باشد نیز وجود دارد که ما از آن استفاده می‌کنیم. در یک چنین منحنی حداکثر جریان را که منجر به طغیان می‌گردد در نظر می‌گیرند که در اینجا G'_F را دبی طغیان می‌نامیم و از آن به عنوان دبی بخار استفاده می‌کنیم. همانطور که ملاحظه می‌شود در مورد برج‌های سینی‌دار شار مجاز بخار بین ٪۸۵-۶۵ سرعت طغیان است و در اینجا (یعنی در برج‌های پرشده) شار مجاز بین ۷۰-۶۰٪ شار طغیان در نظر گرفته می‌شود. بنابراین:

$$G'_{\text{بخار}} \cong (60-70\%)(G'_F)$$

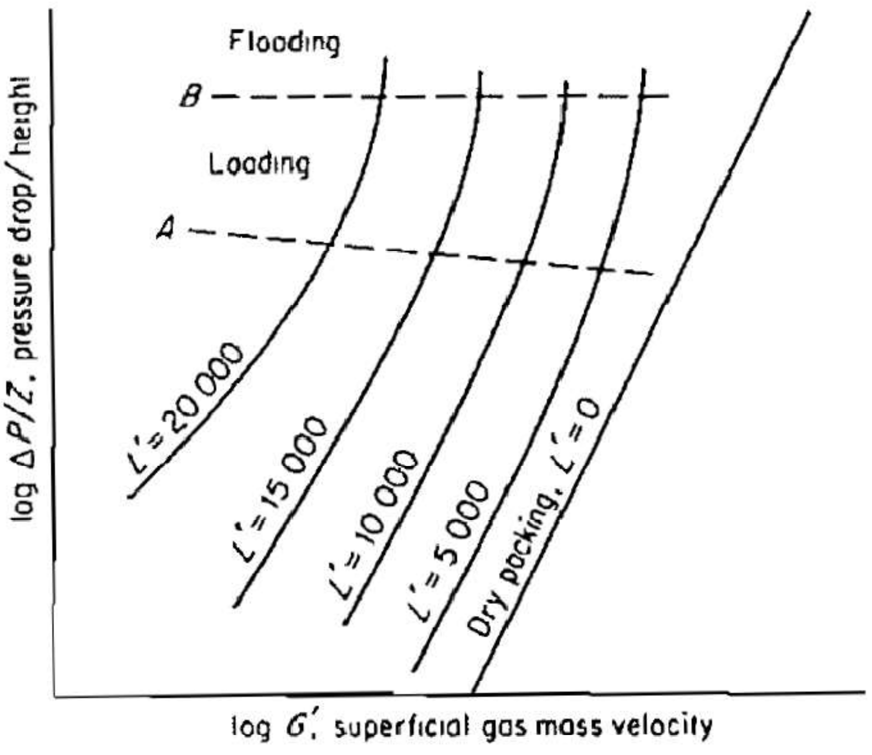
پس از آنکه 'G بخار تعیین شد می‌گوییم:

$$\text{سطح مقطع برج} = \frac{\text{شدت جریان گاز } \left({lbm}/{hr}\right)}{\text{شار مجاز } \left({lbm}/{ft^2 hr}\right)} \; [=] \; ft^2$$

فازی که DS را در بر می‌گیرند که در برج‌های تقطیر و آکنده فاز گاز است.

و با بدست آوردن سطح مقطع برج می‌توان قطر آن را تعیین نمود.

در مورد ستون‌های پر شده ساخته شده نموداری را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

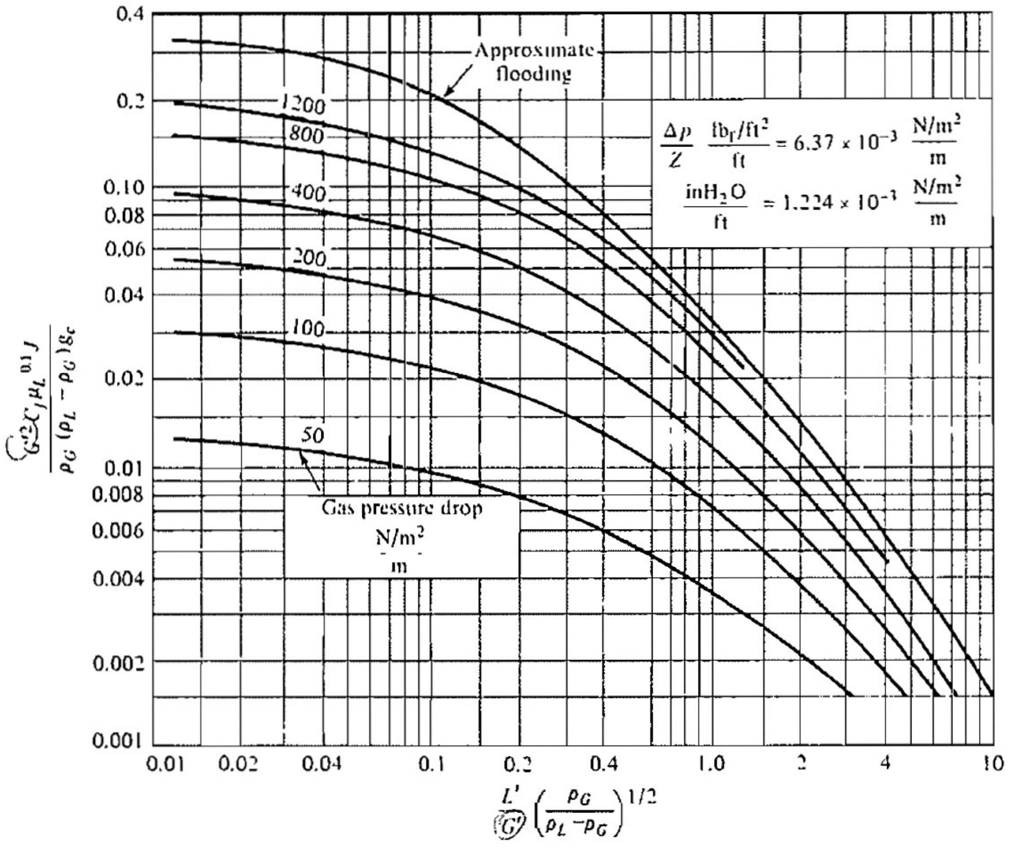


افت فشار بر حسب شدت جریان گاز با شدت جریان مایع به صورت پارامتر متغیر (این منحنی در صفحه ۲۸۲ کتاب تریبال آمده است)

در یک ستون پر شده، گاز در اثر عبور، افت فشار پیدا می‌کند و هر چه شدت گاز بیشتر باشد افت فشار جریان نیز بیشتر خواهد بود. اگر در ابتدا مایعی در ستون وجود نداشته باشد یعنی بستر خشک باشد افت فشار با افزایش شدت گاز بالا خواهد رفت. اگر در داخل ستون مایع نیز وجود داشته باشد ملاحظه می‌شود که افت فشار بیشتر می‌گردد هر چه که L' یا سرعت یا شدت عبور مایع بیشتر شود. در منحنی بالا ملاحظه می‌شود که وقتی بستر خشک نباشد در دو نقطه شیب خط تغییر پیدا می‌کند که در حالت دوم به حالت طغیان رسیده‌ایم چنانکه مایع داخل پرکن‌ها را پر کرده و دیگر مسئله از حد خیس کردن پرکن فراتر رفته و گاز موقع عبور حالتی نظیر جوشیدن مایع را به وجود می‌آورد.

در ناحیه Loading یا انباشتگی شدت عبور مایع بالا می‌باشد ولی اخلالی در کار برج مشاهده نمی‌شود.

منحنی در صفحه ۲۸۴ کتاب آورده شده است.



ملاحظه می‌شود که برای طغیان یک نقطه نداریم بلکه یک منطقه داریم و علت این امر اینست که L' و G' هر دو در طغیان موثر می‌باشند.

نحوه استفاده از نمودار عمومی فوق (Generalized Chart) در طراحی ستون‌های پر شده به منظور تعیین قطر ستون بدین صورت است که در ابتدا بایستی پارامترهای جریان $\frac{L'}{G'}\sqrt{\rho_G/\rho_L - \rho_G}$ را تعیین نمائیم.

در اینجا سطح مقطع را نداریم ولی چون سطح مقطع هم در L' و هم در G' وجود دارد. پس در نسبت L'/G' می‌توان آن را حذف کرده و این نسبت را به صورت نسبت دو دبی جرمی $\frac{L'}{G'} = \frac{W_L/_a}{W_G/_a}$ در نظر گرفت، یعنی :

$$Flow\ parameter = \frac{W_L}{W_G}\sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G}} \cong \frac{W_L}{W_G}\sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}}$$

با بدست آوردن این پارامتر، نقطه‌ای روی محور افقی منحنی حاصل خواهد شد. حال می‌توان طراحی را در یک افت فشار دلخواه انجام داد و یا اینکه ازنقطه‌ی بدست آمده عمودی استخراج نمود تا منحنی طغیان را قطع کرده و از آنجا با توجه به عدد خوانده شده روی محور قائم مقدار G'_F را تعیین کرده و با توجه به اینکه G' مجاز بین ۶۰ تا ۷۰ درصد G'_F می‌باشد، G' مجاز را بدست آورد و سپس با توجه به رابطه:

$$A_t = \frac{W_G(^{lbm}/_{hr})}{G'_{\text{مجاز}}(^{lbm}/_{hrft^2})} = \frac{\pi {d_t}^2}{4}$$

سطح کل را محاسبه نمود.

اما برای محاسبه G'_F می‌بایستی C_F را داشته باشیم که برای اینکار بایستی به جدول ارائه شده در کتاب مراجعه نمود و بر حسب نوع پرکن آن را تعیین نمود. اگر دو پرکن با اشکال مختلف دارای C_F یکسانی باشند از لحاظ طراحی تفاوتی مشاهده نخواهد شد.

L' و G' را برای حالتی که بیشترین شدت جریان‌ها را داریم محاسبه می‌کنیم تا طراحی ما مطمئن‌تر باشد.

همانطور که قبلاً نیز اشاره شد در ستون‌های جذب بیشترین شدت جریان در مورد هر دو سیال را در انتهای ستون خواهیم داشت در حالی که در عمل دفع این امر برعکس می‌باشد. برخی اوقات به منظور صرفه‌جوئی‌های اقتصادی طراحی را برای میانگین شدت جریان‌ها در دو مقطع بالا و پایین ستون انجام می‌دهند.

مسئله: می‌خواهیم برج آکنده‌ای را طراحی کنیم که در آن بخار بنزن موجود در گاز ازت در اثر تماس جریان متقابل نفت چراغ از این گاز جدا گردد. شرایط مورد نظر به قرار زیر است:

گاز ورودی: $20ft^3/sec$ و محتوی ۵٪ مولی بنزن، 800mmHg فشار مطلق و ۷۵ °F

گاز خروجی: ازت تقریباً خالص

مایع ورودی: 3lb/sec، بدون بنزن (ρ_l/ρ_{H_2O}) چگالی 0.8 و ویسکاسیته‌ی 2.3cp

برج از زین‌های اینتالکس (Intalox Saddle) "1 آکنده شده و قطر برج بر اساس اینکه افت فشار گاز به ازای هر ft از بستر آغشته به مایع برج، "0.4 آب است محاسبه می‌گردد.

مطلوب است) قطر لازم برای برج را محاسبه کنید.

- از حلال نفت که قادر است بنزن را جذب کند استفاده شده و فرض می‌شود که تمام بنزن جذب شده باشد یعنی همانطور که ذکر گردیده است گاز خروجی ما ازت خالص باشد.
- طراحی را بر مبنای سطح مقطع پایین انجام می‌دهیم زیرا ستون ما یک ستون جذب می‌باشد و همانطوری که مطرح شد بیشترین شدت‌ها در ستون‌های جذب مربوط به مقطع پایین ستون است. حال، برای اینکه در پایین ستون نسبت L'/G' را بدست آوریم همان نسبت $\frac{W_L}{W_G}$ را تعیین می‌کنیم. به بیان دیگر :

(مقدار بنزن حل شده در حلال) + (شدت حلال ورودی از بالای برج) = (شدت مایع در پایین برج)

چون میزان بنزن حل شده توسط حلال کم است پس دانسیته و ویسکاسیته در مقطع پایینی را همان δ و μ حلال (نفت چراغ) خالص در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$(M_{avg})_{\text{گاز ورودی}} = (0.05)(78) + (1-0.05)(28) = 30.5$$

$$W_G = \text{سرعت جرمی گاز ورودی} = 20\frac{ft^3}{s} \times 3600hr \times \left(\frac{30.5\frac{lbm}{lb-mol} \times \frac{800mmHg}{760\,{}^{mmHg}/_{atm}}}{\frac{(460+75)}{(460+32)}R \times 359\frac{atm.ft^3}{lbmol.R}}\right)$$

$$= 5925\ {}^{lbm}/_{hr}$$

$$PV = nRT$$

$$n = 1\ lbmole$$

$$T = (460+32)R$$

$$R = 0.73\ \frac{atm.ft^3}{lbmole.R}$$

$$P = 1atm$$

$$V = 359\ ft^3$$

$$\rho_G = \frac{5925\ {}^{lbm}/_{hr}}{20\ \frac{ft^3}{s} \times 3600\ {}^{s}/_{hr}} = 0.0823\ \frac{lbm}{ft^3}$$

$$\text{مقدار بنزن جذب شده} = \left[\frac{\text{سرعت جرمی گاز ورودی}}{(M_{avg})_{\text{گاز ورودی}}}\left({}^{lbm}/_{hr}\right)\right][0.05]\left[78\frac{lbm}{lbmole}\right]$$

$$= 757.5\frac{lbm}{hr}$$

از طرف دیگر بنابراین:

$$W_L = (\text{شدت مایع خروجی در پایین برج}) = \left(31\frac{lbm}{s} \times 3600\frac{s}{hr}\right) + 757.5\frac{lbm}{hr} = 11557.5\ {}^{lbm}/_{hr}$$

و در ضمن:

$$\rho_L = 62.4\ \frac{lbm}{ft^3} \times 0.8 = 49.92\ {}^{lbm}/_{ft^3}$$

$$\frac{L'}{G'}\sqrt{{}^{\rho_G}/_{\rho_L}} = \frac{W_L}{W_G}\sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} = \frac{11557.5}{5925}\sqrt{\frac{0.0823}{49.92}} \cong 0.08$$

نتیجتاً برای $\frac{\Delta P}{Z} = \frac{0.4\ in\ H_2O}{ft}$ خواهیم داشت:

$$\frac{(G')^2 C_f (\mu_L')^{0.1}}{g_C' \rho_G \rho_L} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L}\right) = 0.047$$

چرا که $C_F=9$ از جدول مربوط به پرکن‌ها تعیین شده است.

بنابراین:

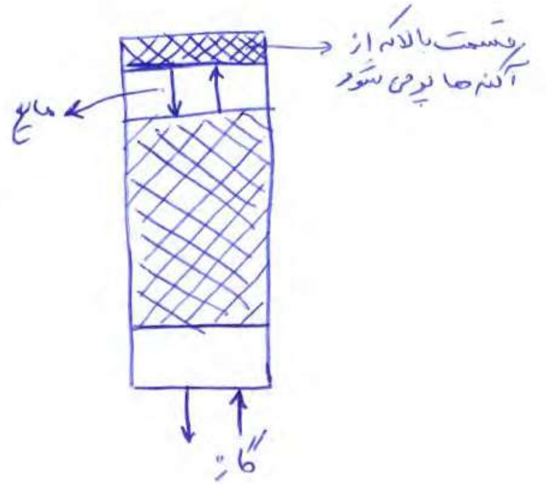
$$G' = 743\ \frac{lbm}{hr\ ft^2}$$

$$A_t = \frac{5925\ {}^{lbm}/_{hr}}{743\ {}^{lbm}/_{hrft^2}} = 7.98 ft^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$d = 3.2\ ft$$

**********حذف‌کننده‌ها یا جداکننده‌های Entrainment و Mist

(Mist or Entrainment Separators or Eliminators)



بعضی اوقات در بالا ستون‌های پر شده مقدار کمی از پرکن قرار داده می‌شود. این قسمت به منظور جداسازی «ماندگی» (Entrainment) استفاده می‌شود. زیرا همانطور که گفته شد ماندگی مایع در گاز امری طبیعی می‌باشد، زیرا گازی که به سمت بالا حرکت می‌کند مقداری قطرات مایع را با خود حمل می‌کند. در اثر تماس این گاز با قسمت پرکن اضافی قطرات مایع به سطح پرکن چسبیده و پس از تجمع به داخل ستون سرازیر می‌شوند. این عمل دارای دو مزیت می‌باشد که عبارتند از:

۱- جلوگیری از اتلاف حلال

۲- خارج شدن گاز خروجی به صورت کاملاً خشک از ستون

به علت وجود این قسمت، گاز خروجی مقداری هم افت فشار خواهد داشت که معادلاتی در این زمینه ارائه شده‌اند. از آنجایی که در این قسمت مقدار مایع زیاد نمی‌باشد لذا مقدار افت فشار در مقایسه با قسمت اصلی ستون کم خواهد بود.

مسئله: گازی را که شامل متان، پروپان و بوتان است در برجی که دارای سینی‌های غربالی است در معرض جریان متقابل یک هیدروکربن مایع که بوتان را جذب کند قرار می‌دهیم. قرار بر این است که برج بر اساس شرایط موجود پایین برج طرح گردد. این شرایط عبارتند از:

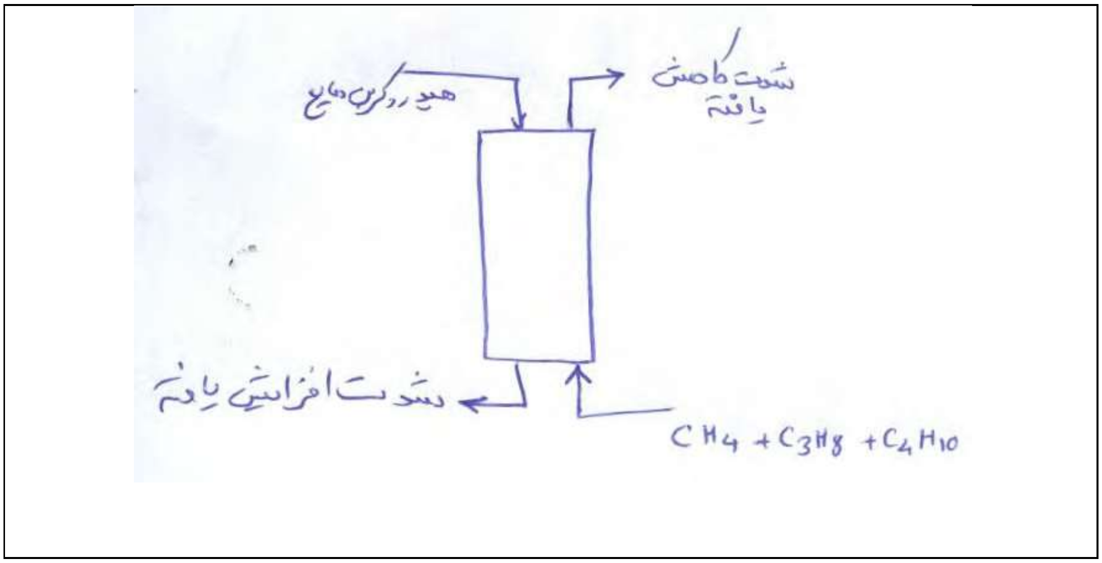
فشار: 50psi، درجه حرارت 100°F

گاز: $1750 \frac{lbmole}{hr}$ ، ۸۵٪ متان، ۱۰٪ پروپان و ۵٪ حجمی بوتان

مایع: $100 \frac{lbmole}{hr}$، وزن مولکولی: ۱۵۰، جرم ویژه: $53 \frac{lbm}{ft^3}$، کشش سطحی 25 dyne/cm

و ویسکاسیته: 1.6 cp

تحت شرایط فوق، سینی غربالی مناسبی برای برج طراحی کرده و عدم وجود طغیان به علت بالا رفتن مایع در ناودان، عدم بارش مایع از سوراخ‌ها به سینی پایین و مناسب بودن مدت زمان اقامت مایع در ناودان را تأیید کنید. در ضمن مدت زمان اقامت مایع در ناودان را نیز تأیید کنید.



با توجه به اینکه برج جذب داریم و شدت در پایین برج حداکثر می‌باشد، ابتدا مسئله را برای سرعت طغیان حل می‌کنیم، سپس سرعت بخار را از روی آن بدست می‌آوریم. بنابراین:

$V_F = C_F(\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G})^{1/2}$

چون سینی غربالی می‌باشد، پس خواهیم داشت:

$$C_F = \left[a \log \frac{1}{\frac{L'}{G'}\sqrt{\rho_G/\rho_L}} + b \right] \left(\frac{\sigma'}{20}\right)^{0.2} (5\frac{A_h}{A_a} + o.5)$$

در اینجا، نخست $\frac{A_h}{A_a}$ را به صورت فرض قرار داده و پس از محاسبه C_F این فرض کنترل می‌گردد. در مورد t نیز همین کار را خواهیم کرد.

$T = 0\ ^oC = 32\ ^oF = 460 + 32 = 492\ ^oR$

$R = 0.73\ \frac{atm\ ft^3}{lbmole.R}, n = 1\ lbmole, P = 1\ atm\ ,\ \ PV = nRT$

پس

$$V = \frac{1 \times 0.73 \times 492}{1} = 359\ ft^3$$

ضمناً

$$(M_{avg})_{\text{گاز ورودی}} = 0.85\ M_{CH4} + 0.10 M_{C3H8} + 0.05 M_{C4H10} = 20.9\ \frac{lbm}{lbmole}$$

$$\rho_G = \frac{PM_{avg}}{RT} = \frac{m}{V} = \frac{\left(50\frac{Ib_f}{in^2}\right)\left(20.9\frac{Ibm}{Ibmole}\right)}{(100\ ^oF+460)^oR\ (0.73\frac{atm.ft^3}{Ibmole.R})} \times \frac{1\ atm}{14.7\frac{Ib_f}{in^2}} = 0.147\ \frac{lbm}{ft^3}$$

$$\frac{\dot{Q}_m}{\rho t} = Q$$

$Q_G = \frac{(1750\frac{Ibmole}{hr} * 20.9\frac{Ibm}{Ibmole})}{0.174\frac{Ibm}{ft^3} * 3600\frac{s}{hr}} = 61.7\ \frac{ft^3}{hr}$

$Q_L = \frac{(1000\frac{Ibmole}{hr} * 150\frac{Ibm}{Ibmole})}{53\frac{Ibm}{ft^3} * 3600\frac{s}{hr}} = 0.786\ \frac{ft^3}{hr}$

$\frac{L'}{G'}\sqrt{\rho_G/\rho_L} = \left[\frac{Q_L}{Q_G}\left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)\right](\frac{\rho_G}{\rho_L})^{1/2} = \frac{Q_L}{Q_G}\sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_G}} = \frac{0.786}{61.7}\sqrt{\frac{53}{0.174}} \cong 0.222$

از جداول کتاب برای سینی‌های غربالی داریم

$$a = 0.0062\, t + 0.0385$$
$$b = 0.00253\, t + 0.05$$

به طور کلی در برج‌های صنعتی "t=18-24 می‌باشد که ما در اینجا t را "24 فرض می‌کنیم. بنابراین:

$$a = 0.1873, b = 0.1107$$

و به فرض اینکه: $\frac{A_h}{A_a} = 0.127$ باشد، نتیجتاً:

$$V_F = C_F(\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G})^{1/2} = 0.275\ (\frac{53 - 0.174}{0.174})^{1/2} = 4.79\ {ft}/_{s}$$

اما گفتیم که سرعت مجاز بین ۷۰ تا ۸۵ درصد سرعت طغیان می‌باشد، بنابراین:

$$V = 0.8\, V_F = 0.8 \times 4.79\ {ft}/_{s} = 3.83\ {ft}/_{s}$$

بنابراین سطح خالصی خواهد بود:

$$A_n = \frac{Q}{V} = \frac{61.7\ {ft^3}/_{s}}{3.94\, {ft}/_{s}} = 15.66\, ft^2$$

از طرفی:

$$w = 0.7d$$

از طرفی:

مساحت اشغال شده توسط ناودانی = $(8.8\%)\ A_t$

$$\longrightarrow \quad (1 - 0.088)A_t = A_n\ ,\ A_t = \frac{15.66}{1-0.088} = 17.17\, ft^2$$
$$d = [\frac{4}{\pi} A_t]^{1/2} = 4.68\, ft$$

بالاخره از جدول کتاب صفحه ۲۳۶: "t=24

جدولی در کتاب وجود دارد که رابطه بین "d" با فاصله سوراخ‌ها در روی سینی را می‌دهد:

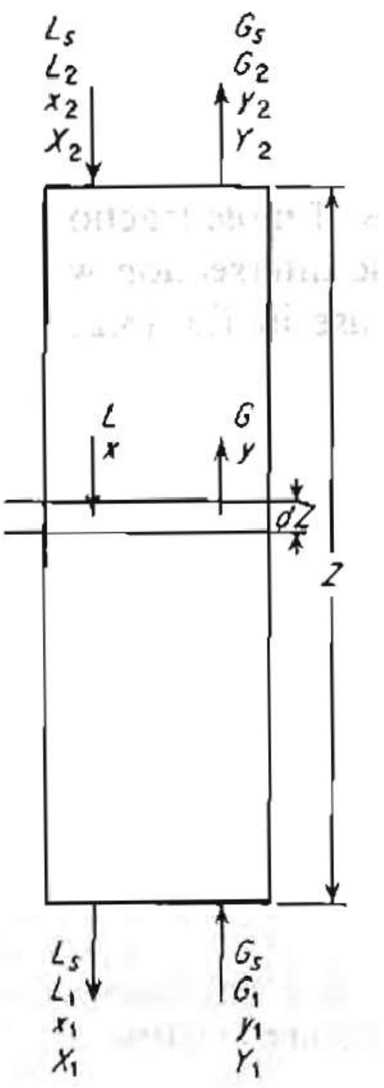
$$w = (0.7)(4.68\,ft) = 3.28\,ft$$
$$A_d = 0.088 \times 17.17 = 1.51\,ft^2\,,$$
$$\frac{A_h}{A_t} = 0.09\,,\; A_h = (0.09)(17.17) = 1.55\,ft^2$$
$$A_n = A_t - 2A_d = 14.15\,ft^2 \longleftrightarrow A_a = \frac{A_n}{0.129} = 12.12\,ft^2$$

همانطور که ملاحظه می‌شود اختلاف بین مقدار فرض شده برای A_a معادل ۲ ft^2 می‌باشد که زیاد نمی‌باشد.

تعیین ارتفاع ستون پر شده:

ستونی را در نظر می‌گیریم که از پرکنی پر شده باشد. فرض می‌کنیم که شار مولی گاز ورودی، G_1 و مول فرکشن جزئی که جذب می‌شود در آن y_1 و همچنین دبی مولی گاز خروجی G_2 با جزء مولی y_2 باشد. حال ارتفاع دیفرانسیالی dz را در طول ستون در نظر می‌گیریم. اگر شدت مولی گاز ورودی به این جزء دیفرانسیالی G و مول فرکشن جزء جذب‌شونده آن y باشد خواهیم داشت:

$d(Gy) =$ تغییرات مول های جزء نفوذ کننده DS در واحد زمان از واحد سطح مقطع



برای تبدیل این رابطه به واحد شار بایستی که آن را در سطح مقطع ضرب و بر سطح انتقال تقسیم نمائیم که در اینجا سطح انتقال ما سطح پرکن‌ها می‌باشد. بنابراین:

$$dz \times \text{سطح مقطع} \times a_\mathrm{p} = \text{سطح انتقال یا تماس}$$

$$a_p = \frac{\text{سطح انتقال}}{\text{حجم ستون}} = \frac{\text{سطح انتقال}}{dz \times \text{سطح مقطع}}$$

پس خواهیم داشت:

$$N_A = d(Gy) \times \frac{\text{سطح مقطع}}{\text{سطح انتقال}} = d(Gy) \times \frac{\text{سطح مقطع}}{\text{سطح مقطع} * a_{\mathrm{p}} * dz} = \frac{d(Gy)}{a_{\mathrm{p}} dz}$$

چون G و y هر دو مجهول می‌باشند لذا برای کم کردن تعداد مجهول‌ها از جزء غیرنفوذکننده (-non diffusing) کمک می‌گیریم، به بیان دیگر:

$$G_s = G(1-y), G = \frac{G_s}{1-y}, d(Gy) = G_s\, d\left(\frac{y}{1-y}\right) = \frac{G_s\,[(1-y) - y(-1)]dy}{(1-y)^2}$$

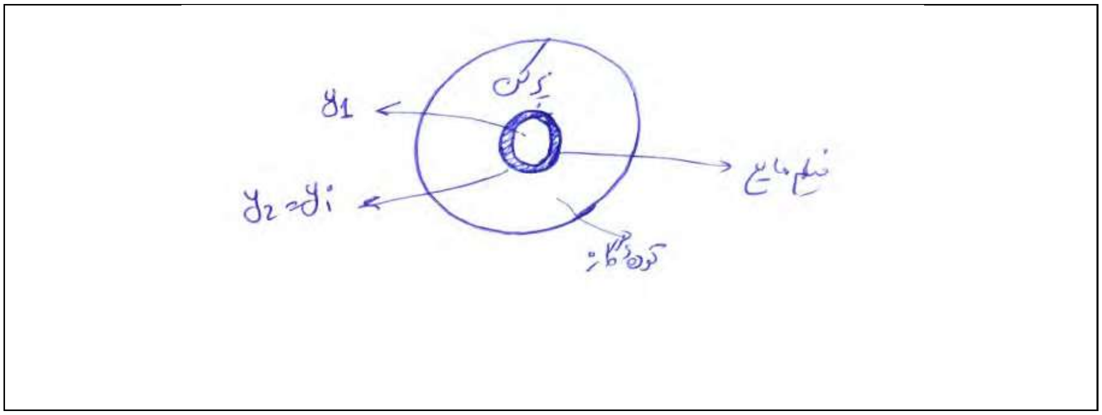
بنابراین

$$d(Gy) = G\frac{dy}{(1-y)}$$

حال این کمیت را در رابطه شار جایگزین می‌کنیم:

$$N_A = \frac{d(Gy)}{a_p dz} = \frac{Gdy}{(1-y)a_p dz} = F_G \ln\,[\frac{1-y_i}{1-y}]$$

اگر پروسه ما یک پروسه جذب باشد، فیلمی از مایع دور Packing را احاطه کرده و انتقال ماده از توده گاز به سطح پرکن صورت می‌گیرد یعنی (در شکل زیر) انتقال از نقطه ۱ به نقطه ۲ یعنی غلظت‌های فصل مشترک که با اندیس i مشخص می‌شوند، صورت می‌گیرد.

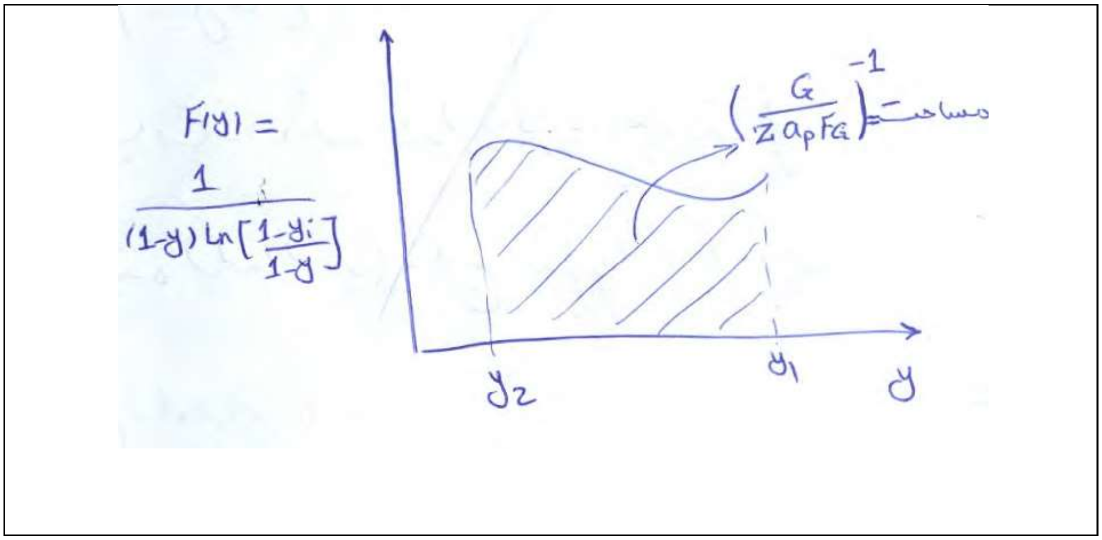


$$dz = \frac{G}{a_p F_G} \frac{dy}{(1-y)\ln\left[\frac{1-y_i}{1-y}\right]}$$

G و F_G هر دو متغیرند ولی تجربه نشان داده است که نسبت $\frac{G}{F_G}$ همواره ثابت باقی می‌ماند. از طرفی a نیز عدد ثابتی است که بستگی به نوع پرکن دارد. پس با انتگرال‌گیری از رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\int_0^Z dz = \frac{G}{a_p F_G} \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{(1-y)\ln\left[\frac{1-y_i}{1-y}\right]} = Z$$

این انتگرال را می‌توان به اشکال مختلفی حل کرد. اگر راه حل خاصی برای محاسبه نداشته باشیم آنگاه از روش ترسیمی استفاده نموده و سطح زیرمنحنی را محاسبه می‌کنیم یعنی:



روابط فوق را می‌توان به جای فاز گاز در مورد فاز مایع نیز بیان نمود. یعنی به جای استفاده از d(Gy) از d(L x) کمک گرفته و تمامی مراحل فوق را طی نمود. معمولاً در مورد پروسه «جذب» از فاز گاز و در مورد پروسه «دفع یا Stripping» از فاز مایع برای محاسبات استفاده خواهیم کرد.

از بررسی رابطه (I) نتیجه می‌گیریم که طول ستون از دو قسمت تشکیل شده است. یعنی می‌توان نوشت:

$$Z = H_{tG} \times N_{tG}$$

$H_{tG} =$ معادل طول واحدهای انتقال گاز

$N_{tG} =$ معادل تعداد واحدهای انتقال گاز

در مقایسه ستون‌های پر شده و سینی‌دار H_{tG} مشابه Tray Spacing و N_{tG} معادل تعداد مراحل می‌باشد.

در مورد پروسه دفع یا Stripping رابطه فوق را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$Z = H_{tL} \times N_{tL}$$

چرا که مقیاس‌های «سنجش» و محاسبات در فاز مایع خواهد بود.

همانطور که قبلاً اشاره گردید در مورد ستون‌های پر شده سه چیز برای ما حائز اهمیت خواهد بود که شامل:

۱-ویژگی‌های packing   ۲- تعیین قطر ستون پر شده   ۳- تعیین ارتفاع ستون پرشده

در صورتی که به جای ضرایب انتقال جرم موضعی از ضرایب انتقال جرم کلی یا جمعی استفاده کرده باشیم، روابط ذکر شده فوق در مورد z به صورت زیر بیان خواهند شد و در چنین مواردی به جای y_i بایستی y^* جایگزین گردد، یعنی

$$F_L \rightarrow F_{OL} \text{ یا } F_G \rightarrow F_{OG} \approx H_{tG} = H_{tOG}$$

یا

$$Z = H_{tOG} \times N_{tOG} = H_{tOL} \times N_{tOL}$$

که هر دوی این روابط از انتگرال زیر نتیجه‌گیری شده‌اند:

$$\int_0^Z dz = \frac{G}{a_p F_{OG}} \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{(1-y)\ln\left[\frac{1-y^*}{1-y}\right]}$$

$$y^* = y(x_i) (\text{شرایط تعادل})$$

**************جذب و دفع**

- جذب یعنی عمل انتقال یک جزء از فاز گاز به مایع
- دفع یعنی عمل انتقال یک جزء از فاز مایع به گاز

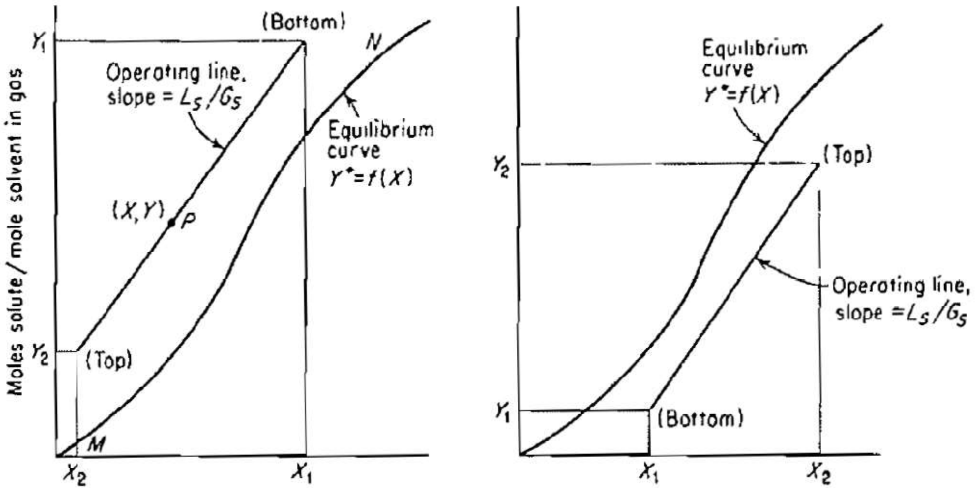
همانطور که ملاحظه می‌شود در هر دو عمل فقط جهت انتقال است که عکس یکدیگر می‌باشند.

به طور کلی در پروسه گاز مایع بایستی تعادل را داشته باشیم تا بتوانیم مسائل را حل کنیم و می‌دانیم که تعادل تابع درجه حرارت و فشار می‌باشد. افزایش درجه حرارت به نفع عمل جذب نمی‌باشد در حالی که بالا بردن فشار به نفع عمل جذب است. همانطور که قبلاً نیز گفته شد جهت انتقال برای منحنی تعادلی تأثیر نمی‌گذارد زیرا فصل مشترک مقاومتی از خود نشان نمی‌دهد.

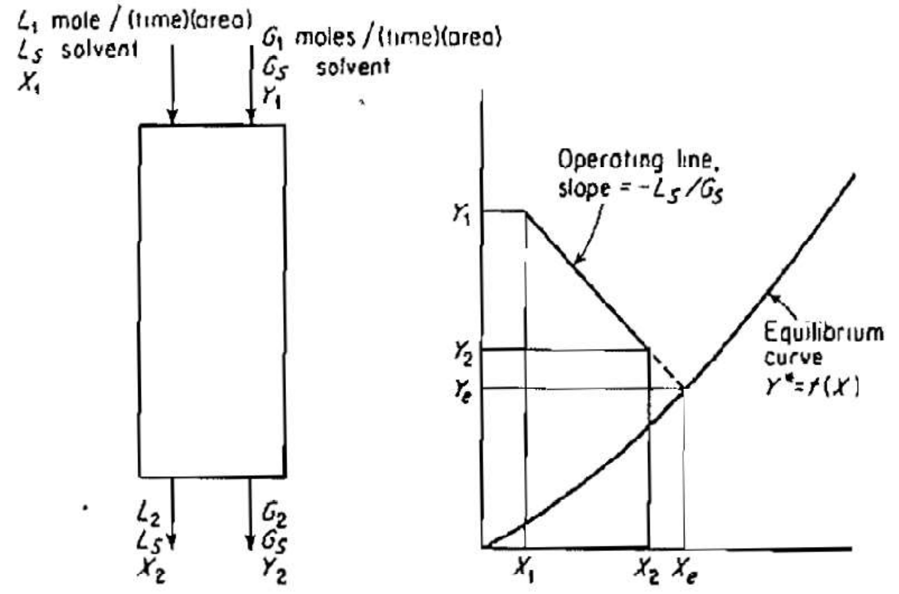
توجه: اگر در مسئله‌ای دما و فشار داده نشوند، دما را دمای محیط و فشار را فشار اتمسفری در نظر می‌گیریم.

در ضمن موازنه‌ی مواد در سیستم‌های Co-current و Counter–Current را نیز ملاحظه کردیم که منجر به تشکیل معادل خط کار می‌گردید:

سیستم‌های با جریان مقابل (Counter –Current)



سیستم‌های هم‌جهت (Co-Current)



نقش حلال در ستون‌های جذب:

عمل جذب می‌تواند به دو صورت فیزیکی و یا شیمیایی صورت گیرد. اگر حلال و حل‌شونده فقط یک جذب ساده را داشته باشند و ترکیب شیمیایی صورت نگیرد جذب را جذب فیزیکی ساده می‌نامیم در حالی که اگر ترکیب شیمیایی صورت گیرد، آنگاه جذب یک جذب شیمیایی خواهد بود. از آنجا که در جذب فیزیکی می‌توان حلال را بازیابی نمود، لذا یک مزیت محسوب خواهد شد ولی در بعضی حالات که ترکیب حاصله در جذب شیمیایی، یک ترکیب قابل‌استفاده باشد این روش ترجیح داده خواهد شد.

توجه: از طرفی در عمل جذب شیمیایی شدت عمل انتقال جرم خیلی بیشتر و نیز سریعتر از جذب فیزیکی می‌باشد.

در صنعت شیرین کردن گاز از حلال‌های واسطه‌ای نظیر اتانول آمین‌ها استفاده می‌نمایند که یک ترکیب شیمیایی برگشت‌پذیر انجام می‌دهند و می‌توان حلال را در واحد بازیابی احیاء نمود.

مهمترین عامل در انتخاب یک حلال قدرت جذب آن می‌باشد ولی بایستی که:

۱- آتش‌گیر بودن (خواص احتراق)

۲- قابلیت نگهداری و حمل و نقل حلال

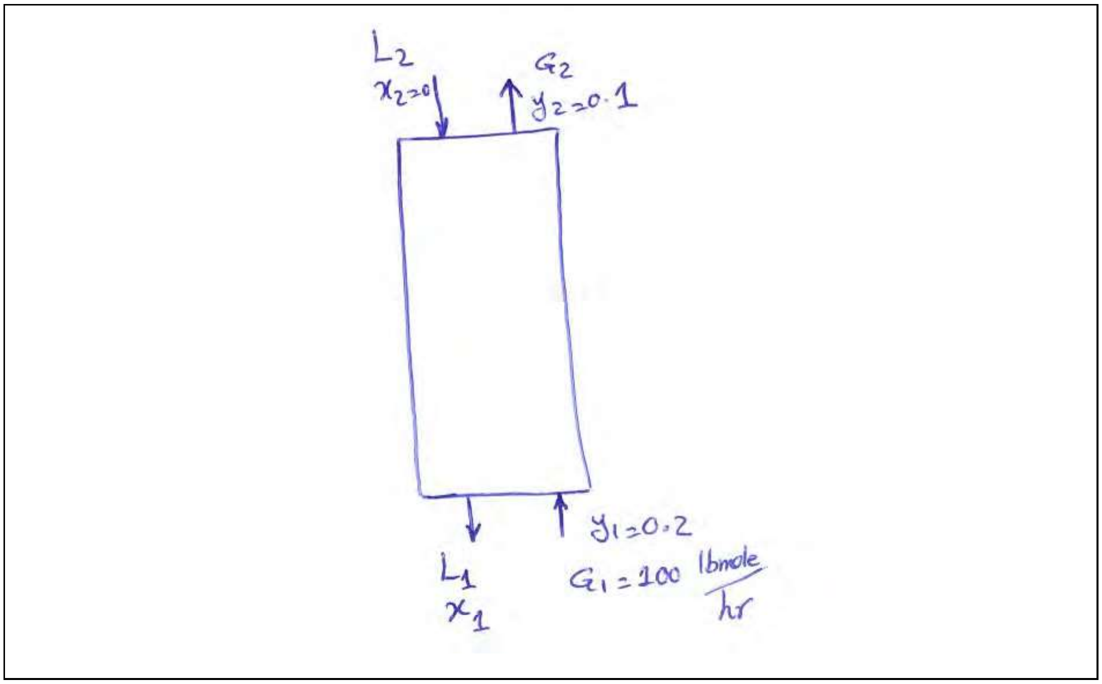
۳- ویسکاسیته و برخی پارامترهای دیگر را نیز در انتخاب حلال در نظر داشت.

به یاد آوریم که دستگاه‌های جذب را بسته به اینکه فاز پخش شونده گاز یا مایع باشد را به دو دسته تقسیم کردیم:

۱- در مورد سیستم‌های گازی: برج‌های سینی دار (Tray tower)

۲- در مورد سیستم‌هایی که مایع فاز پخش‌کننده (یا Dispersed) بود، برج‌های آکنده‌ها (Packed Columns) از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بودند.

بالاخره، برای تعیین حداقل Rate (شدت یا سرعت) حلال را در سیستم Counter-Current شکل مقابل می‌خواهیم تعیین نمائیم با توجه به اینکه منحنی تعادلی را داشته باشیم:



ابتدا معادله خط کار را می‌نویسیم:

$$G_1 y_1 + L_2 x_2 = G_2 y_2 + L_1 x_1$$

که

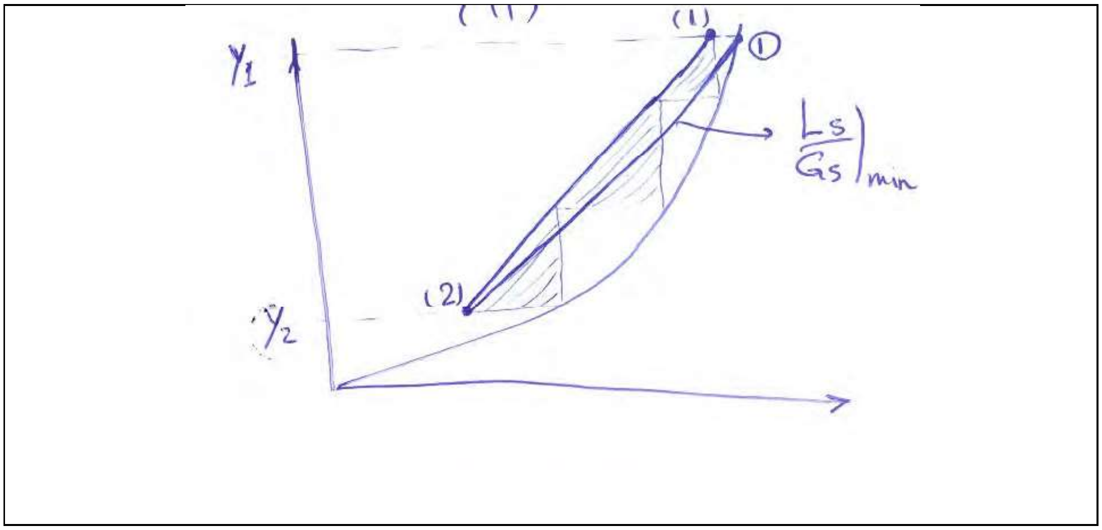
$$G_s = G_1(1 - y_1) = G_2(1 - y_2)$$
$$L_s = L_1(1 - x_1) = L_2(1 - x_2)$$

بنابراین

$$\frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} = \frac{L_s}{G_s}$$

$$Y_1 = \frac{y_1}{1 - y_1} = \frac{0.2}{1 - 0.2} = 0.25$$
$$X_1 = ?$$

$$Y_2 = \frac{y_2}{1 - y_2} = \frac{0.1}{1 - 0.1} = 0.11$$
$$X_2 = 0$$

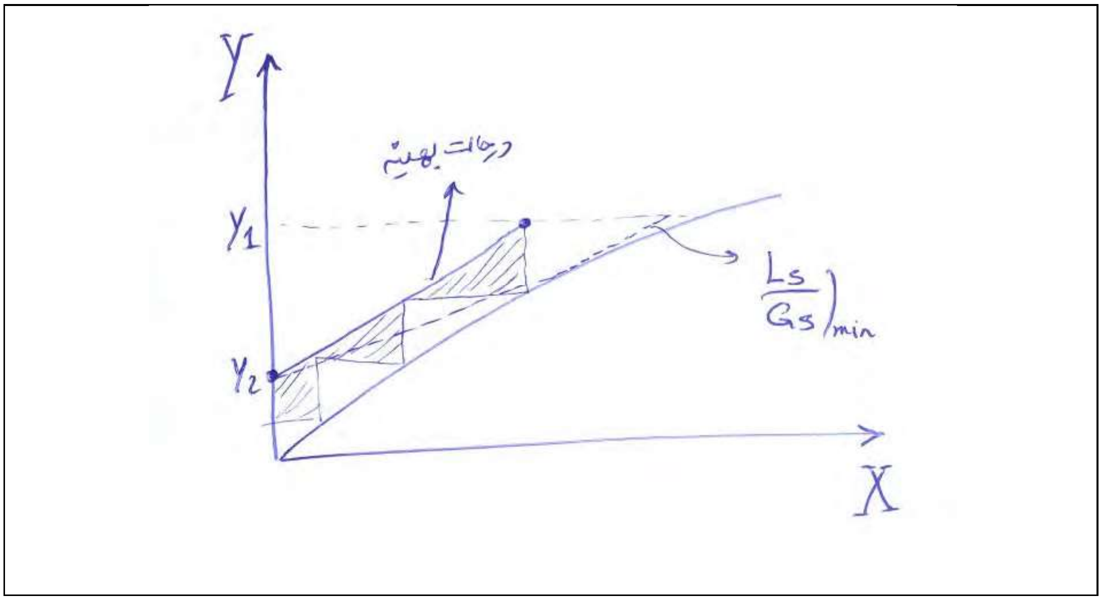


توجه می‌شود که بی نهایت خط از نقطه ۲ می‌توان رسم کرد. ولی حداقل شیب مربوط به زمانی است که نقطه (۱) روی منحنی تعادل باشد. در صورتی که در حالت optimum مقدار L در حدود 1.2 تا 2 برابر L_{min} می‌باشد:

$$L \sim (1.2-2)L_{min}$$

توجه: همانطور که ملاحظه می‌شود، هر چه خط کار به منحنی تعادلی نزدیک‌تر باشد تعداد مراحل نیز بیشتر خواهد بود و در حالتی که خط کار با منحنی تعادلی برخورد داشته باشد تعداد مراحل به سمت بی‌نهایت صعود خواهد کرد.

##اگر منحنی تعادلی مطابق شکل زیر باشد، آنگاه برای تعیین L_{min} بایستی بر منحنی مماس رسم کنیم یعنی:



##اگر منحنی تعادل به صورت خط مستقیم باشد نیز در حل مسئله تفاوتی نخواهد کرد.